UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

Proyecto de Investigación previo a la obtención del título de Ingeniero Industrial.

TRABAJO DE TITULACIÓN

ESTUDIO DE TEORÍA DE COLAS EN BANCO DEL AUSTRO DEL CENTRO COMERCIAL "EL CONDADO" DE LA CIUDAD DE QUITO

Autor(es): Esther Katherine Veloz Guaranda

Tutor: Ing. Luis López

Riobamba - Ecuador
Año 2021

REVISIÓN DEL TRIBUNAL

Los miembros de tribunal del tema de investigación, titulado: “Estudio de teoría de colas en Banco del Austro del centro comercial “El Condado” de la ciudad de Quito” presentado por la señorita Veloz Guaranda Esther Katherine y tutorada por el Ing. Luis López, una vez escuchada la defensa oral y revisado el informe final del proyecto de investigación con fines de graduación, en el cual se ha constatado el cumplimiento de las observaciones realizadas y requerimientos, remitimos el presente, su uso y custodia en la biblioteca de la Universidad Nacional de Chimborazo. Para validar de lo defendido firman:

Mgs. López Telenchana Luis Stalin

TUTOR DEL PROYECTO

Mgs. Jose Vicente Soria Granizo

MIEMBRO DE TRIBUNAL

Mgs. Carlos Mesías Bejarano Naula

MIEMBRO DE TRIBUNAL

DERECHO DE AUTORÍA

Yo, ESTHER KATHERINE VELOZ GUARANDA soy la causante de la mayor parte de las ideas, resultados y propuestas plasmadas en el presente trabajo de investigación, y los derechos de autoría pertenecen a la Universidad Nacional de Chimborazo.

Katherine

Esther Katherine Veloz Guaranda

C.I: 210105580-0

AGRADECIMIENTO

Primeramente, me permito agradecer a Dios por permitirme seguir con vida y salud, hasta esta etapa de vida, por guiarme a seguir un camino recto sin desviarme hasta haber logrado culminar con éxito esta etapa maravillosa de vida como es poder adquirir una carrera universitaria.

Segundo me permito agradecer a mi madre y hermanos, por ayudarme de forma emocional y económica, por ser mi fuerza e impulso de lograr todo lo que me proponga, siguiendo el camino correcto.

También me permito agradecer a la Universidad Nacional de Chimborazo por haberme permitido formar parte de esta maravillosa familia, y haberme formado como la actual profesional.

A todos los miembros de la Carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional de Chimborazo por haberme guiado en el camino del conocimiento, a todos los docentes que supieron brindar su ayuda cuando lo requería y guiarme en el camino de formación.

A mi tutor y miembros del tribunal por acompañarme en este proceso, por su ayuda, guía y disponibilidad a solventar mis dudas y compartir sus conocimientos para poder culminar este trabajo de investigación.

Reitero mi más sincero y profundo agradecimiento.

DEDICATORIA

A mi madre GLADYS LAURA GUARANDA GUARANDA, por enseñarme a ser agradecida con Dios, ante todo, también por ser mi pilar, mi fuerza, mi aliento, mi impulso para poder lograr todo lo que me propongo en la vida, por brindarme su amor y consejos, enseñándome la humildad y sencillez.

A mis hermanas y hermano, LISBETH ANGELICA GAIBOR GUARANDA, ANGIE MARIBEL GAIBOR GUARANDA y JORDAN DANIEL CARQUETE GUARANDA, por siempre estar orgullosos de mis logros, y formar parte del pilar que me han sostenido, apoyarme de forma emocional.

Por ustedes y para ustedes les dedico este trabajo.

INDICE GENERAL

Índice de Tablas

Índice de Figuras.

RESUMEN.

El presente estudio se realizó en el banco del Austro situado en el centro comercial "El condado" de la ciudad de Quito, cuya población objeta a estudio fueron usuarios que acudieron a dichas instalaciones en el trascurso de las visitas in situ realizadas en la presente investigación, el objetivo fue evaluar la eficiencia del tiempo de servicio en el área de ventanilla, a través de la aplicación de la investigación de operaciones al modelar estudios de colas de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial y el modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempo de servicio exponencial para M/M/2, M/M3 y M/M/4, cuyo propósito fue un estudio económico de la línea de espera que se generan en las instalaciones. La investigación tuvo un diseño no experimental del tipo descriptivo, se aplicó técnicas de recolección de datos como es la encuesta, observación in situ y entrevistas.

Se estableció propuestas de mejora y estrategias para disminuir el tiempo de espera de los clientes, concluyendo que es necesario el incremento de un tercer canal en los días lunes, martes, miércoles y las fechas de temporadas donde existen mayor flujo de clientes que asisten a las instalaciones, logrando disminuir el costo de la línea de espera a $36,94, así también se estableció propuestas afines al uso de nuevas tecnologías.

Palabras claves: Investigación de operaciones, teoría de colas, visita in situ, tasa de servicio, tasa de llegada, economía de línea de espera.

ABSTRACT

The present study was carried out at the Austro bank located in the "El Condado" shopping center in the Quito city, whose population objected to the study were users who came to said facilities during the on-site visits carried out in the present investigation. , the objective was to evaluate the efficiency of the service time in the window area, through the application of operations research when modeling studies of single-channel queues with Poisson arrivals and exponential service times and the model of multiple channels with Poisson arrivals and exponential service time for M / M / 2, M / M3 and M / M / 4, the purpose of which was an economic study of the waiting line generated at the facilities. The research had a descriptive non-experimental design, data collection techniques such as the survey, in situ observation and interviews were applied.

Proposals for improvement and strategies were established to reduce the waiting time of customers, concluding that it is necessary to increase a third channel on monday, tuesday, wednesday and the dates of seasons where there is a greater flow of customers who attend the facilities, reducing the cost of the waiting line to $ 36.94, thus also establishing proposals related to the use of new technologies.

Keywords: Operations research, queuing theory, site visit, service fee, arrival rate, waiting line economy.

DIANA CAROLINA
CHAVEZ GUZMAN

Reviewed by:
Lcda. Diana Chávez
ENGLISH PROFESSOR
C.C. 065003795-5

INTRODUCCIÓN

La creación de filas o colas en los exteriores de los bancos es una problemática que enfrentan comúnmente la mayor parte de instituciones financieras, ya que existen fechas donde hay mayor afluencia de personas como es inicio, quincenas y fin de mes, donde se realizan mayores procesos en las instalaciones, debido a esto atraen consigo el malestar de los usuarios. Banco del Austro al ser una institución privada busca siempre la satisfacción de sus clientes, para una mejora continua del proceso de atención al cliente, el presente estudios realizó un "estudio de teoría de colas", conocido de esta forma en fuentes bibliográficas, enfocándose en los tiempos de llegada de los cliente y los tiempos de servicio, con la finalidad de obtener un análisis económico de la línea de espera, cuyo objetivo es el análisis de posibles pérdidas económicas para la institución, por exceso de tiempo en la atención, o lo fatigoso que puede ser para los usuarios esperar tras una fila provocando el abandono por parte del cliente. Una fila puede generar en el usuario ciertos problemas que se busca solucionar por medio de la aplicación de la presente investigación ya que pueden generar problemas de; estrés, cansancio, fatiga e incluso afectar la fidelidad del cliente que buscan servicios de mayor calidad.

Por tanto, se plantó como principal objetivo modelar sistemas de espera que den una amplia visión de lo se produce dentro del área de ventanilla de esta organización, siendo este el lugar con problemas de exceso de colas, donde se aplicó el modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial y el modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial, de esta forma se evaluó el estado actual del servicio, concluyendo que no siempre es ineficiente ya que hay temporadas donde se observó mayor afluencia de clientes, cabe recalcar que para aplicar la teoría de líneas de espera o colas, se comprobó que "la tasa de servicios sea menor a la tasa de llegada en el sistema".

CAPÍTULO I PROBLEMATIZACIÓN

1.1. Planteamiento del Problema

En el Banco del Austro del centro comercial “El Condado” de la ciudad de Quito, se detectó la generación filas de espera en el área de ventanilla de dicha institución, situadas en fechas especiales donde existe mayor afluencia de usuarios a la institución financiera, por tanto, es una molestia para los demás usuarios, ya que aumenta el tiempo de espera para adquirir el servicio pasando de 15 minutos que es el promedio en días normales a más de 45 minutos para ser atendido en fechas especiales, consecuencia de esta problemática, se tiene como resultado el abandono de la fila de espera por parte del usuario estimando problemas como cansancio y estrés, generando pérdidas económicas para la organización.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Determinar el estado actual del sistema de atención al cliente en el área de ventanilla a través de un estudio de teoría de colas en Banco del Austro del centro comercial “El Condado” de la ciudad de Quito para proponer soluciones de mejora en tiempos de servicio.

1.2.2. Objetivos Específicos:

- Determinar la eficiencia del estado actual del área de ventanilla a través de la aplicación de técnicas de recolección de datos.
- Analizar el sistema de la línea de espera en el área de ventanilla del banco a través de un estudio de teoría de colas.
- Recomendar propuestas que mejoren el nivel de satisfacción del servicio de la institución en el área de ventanilla.

1.3. Justificación

A través de las visitas in situ que se realizó en las instalaciones del banco del Austro, situado en el centro comercial “El Condado” en la ciudad de Quito, y tras la aplicación de encuestas a los usuarios, se determinó que la eficiencia en tiempos de servicio se ve afectada por el incremento de personas que esperan tras una fila, en especial en fechas situadas a inicio, mediados y fin de mes debido a diferentes procesos como son; cobro o pagos de salarios, pagos de seguro, pagos de servicios básicos, pagos de tarjetas de créditos y otros procesos que se realiza en el área de ventanilla, donde los usuarios asisten con mayor frecuencia a las instalaciones para ejecutar dichos procesos.

El principal objetivo de la investigación fue aumentar la eficiencia del tiempo de servicio que brinda la institución financiera en el área de ventanilla, a través de un análisis de tiempo de atención y espera conocidas como tasa de llegada y tasa de servicio en el estudio de colas, con la finalidad de llegar a brindar soluciones que sean factibles.

Con la ayuda de la investigación operativa, al aplicar diferentes modelos de teoría de colas, como fueron los modelos de llegadas de Poisson y tiempo de servicios exponencial, para un solo canal y múltiples canales, los cuales fueron necesarios para evaluar la economía de las filas con uno, dos, tres y cuatro canales logrando minimizar el tiempo de espera del cliente y el costo de espera para la institución, planteando el incremento de un servidor en fechas especiales, para aumentar la eficiencia de los tiempos de servicio del proceso en el área de ventanillas.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

Existen estudios similares que tiene el mismo propósito de la investigación, el cual se deduce en la reducción del tiempo de espera del cliente, como es en el caso del estudio realizado para "Optimización del sistema hospitalario ecuatoriano: Estudio, modelización, simulación y minimización de tiempos de espera de pacientes de consulta externa" donde se busca una mejor eficiencia de la atención a los pacientes de los hospitales del Ecuador.

Sintetizando la investigación de Sandra Gutiérrez, manifiesta que se presenta el caso del Hospital Eugenio Espejo, el objetivo de su investigación es que los procesos de atención a los pacientes de consulta externa sean mejorados eficientemente, eliminando tiempos muertos y menorando los tiempos de espera, esto logrará que todos los procesos anteriores o posteriores se desarrollen de mejor manera, haciendo un uso de recursos de manera eficiente para el objetivo de satisfacer a los beneficiarios que son los clientes. La presente investigación plantea la hipótesis de que, en las empresas públicas, como los centros de salud, si hay como mejorar procesos, ya que son procesos de satisfacción de usuarios, por lo que la cátedra de Investigación de Operaciones es óptima para aplicar los conocimientos en este ámbito. Se realizó dos mil cuatrocientas cuarenta y nueve tomas de observaciones de los usuarios en veinte especialidades de la localidad, de los cuales hubo datos como las frecuencias de llegada, tiempos de interacción y de espera, con los diferentes médicos; también mediante la utilización de teléfonos, se logró obtener el dato de la cantidad de usuarios que estaban satisfechos o insatisfechos. Con todos aquellos datos se pudo llevar a un simulador para evaluar algunos escenarios para definir las necesidades de cobertura, varios gastos de incremento o diminución de especialistas. El objetivo de este estudio es diseñar un modelo que presente y se pueda aplicar en el proceso de atención a los usuarios de consulta externa y generar directrices para una mejora de los servicios, para que así también este modelo se pueda aplicar en otras entidades similares. (Sandra Gutiérrez, 2009).

Otro de los estudios más relacionados a lo que se plantea realizar en la presente investigación es el estudio realizado por el señor Paguay Jorge, en las instalaciones del GAD provincial de Riobamba en su estudio titulado “Estudio de teoría de colas en el área de información de la dirección de movilidad tránsito y transporte del GADM Riobamba”. La investigación plantea realizar una teoría de colas en el proceso de información de la dirección de movilidad de transporte y tránsito del Gobierno autónomo descentralizado municipal de Riobamba, ya que lo primordial de todo servicio es la satisfacción para los usuarios que necesitan acceder a este establecimiento. En el estudio se realizaron encuestas y obtención de datos mediante la observación directa, aplicando los modelos de un solo y múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempo de servicio exponencial. Una gran parte de los clientes no están de acuerdo con la manera de brindar el servicio de la institución ya que se sienten insatisfechos, según datos de las encuestas. En el modelo de un solo canal el resultado fue que el sistema es ineficiente, mientras que con el modelo de canales múltiples con tres a cuatro canales el sistema favorece a los usuarios, es decir es eficiente. Finalizando la investigación como conclusión se debe aumentar dos personas más para atender a los clientes. (PAGUAY, 2020)

2.2. Fundamento científico

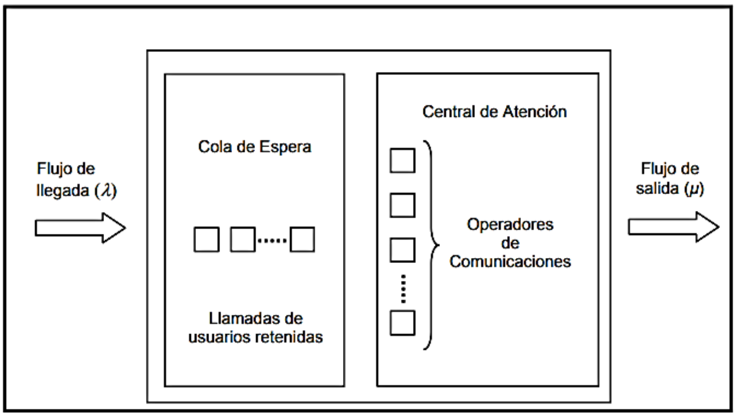
2.2.1. Administración de operaciones

Administración de operaciones es el diseño, dirección y control sistemáticos de los procesos que convierten los insumos en servicios y productos para clientes internos y externos. Generalmente, la administración de operaciones se presenta en todos los departamentos de una empresa donde se desarrollan una infinidad de procesos. (Krajewski, 2011, pág. 4)

2.2.2. Teoría de colas

Es una rama de la Investigación Operativa, estudia la conducta de los sistemas de atención de los clientes demandantes de un servicio y en los que, en ciertos casos, deben esperar para recibir atención. Provee modelos matemáticos utilizados para estudiar los diversos tipos de sistemas en los cuales los clientes que requieren de servicios esperan para ser atendidos. Estos modelos sirven para analizar el correcto funcionamiento de los sistemas de colas o líneas de espera, para que, de esta manera, sea más eficiente económicamente. (Peláez, 2011, pág. 10)

Figura 01
Estructura de teoría de colas



Nota. *La figura representa el flujo de llegada la cola de espera, la central de atención y el flujo de salida.*

2.2.3. Clasificación de sistema de líneas de espera

Una cola un servidor.

Los servicios requeridos por un cliente se imparten por una instalación con un servidor. Los clientes forman una cola y avanzan uno por uno en la instalación del servicio. (Gonzáles, 2016, pág. 7)

Una cola y múltiples servidores.

Se utiliza cuando conviene más que los servicios sean impartidos secuencialmente por varias instalaciones, pero la magnitud de la clientela entre otros condicionamientos limita el uso de un solo canal. Así los clientes forman una cola y avanzan de manera secuencial, pasando de una instalación de servicio a otra. (Gonzáles, 2016, pág. 7)

Múltiples colas y un servidor.

Se da cuando la demanda es muy amplia para justificar la implementación del mismo servicio en más de una instalación o cuando los servicios brindados son distintos. Se realizan una o varias colas. (Gonzáles, 2016, pág. 7)

Múltiples colas y múltiples servidores.

Cuando los clientes son atendidos por una de las instalaciones de primer servicio, pero luego necesitan servicios de una instalación de segundo servicio, así progresivamente. En ciertas ocasiones, los clientes no pueden transferirse de canales luego de que el servicio iniciara. (Gonzáles, 2016, pág. 7)

2.2.4. Tasa de llegada

La tasa de llegada a una línea de espera implica establecer la distribución probabilística del número de llegadas en un período de tiempo. En algunos casos de línea de espera las llegadas suceden al azar sin implicar otras llegadas; no es posible la predicción de una. La distribución de probabilidad de Poisson sirve para una excelente representación del patrón de llegadas. (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2012, pág. 657)

2.2.5. Tasa de servicio

Es el tiempo que tarda un cliente en la instalación de servicio cuando éste se ha iniciado. Es posible conjeturar que la distribución probabilística del tiempo servicial sigue una distribución probabilística vertiginosa, existen fórmulas que otorgan información provechosa respecto la operación de la línea de espera. (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2012, pág. 659)

2.2.6. Modelo de un solo canal con llegada de Poisson y tiempo de servicio exponencial

Proporciona fórmulas que se usan para precisar las características de operación constante de una línea de espera de canal único. Las fórmulas son propicias si las llegadas acatan una distribución de probabilidad de Poisson y los tiempos serviciales llevan una distribución de probabilidad vertiginosa. (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2012, pág. 661)

La siguiente imagen muestra las fórmulas que se utilizan para calcular las características de operación constante de una línea de espera de canal único con llegadas Poisson y tiempos de servicio exponenciales:

Figura 02
Fórmulas de las características operacionales del Modelo de un solo canal con llegada de Poisson y tiempo de servicio exponencial.

1. La probabilidad de que no haya unidades en el sistema:

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

2. El número promedio de unidades en la línea de espera:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

3. El número promedio de unidades en el sistema:

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

4. El tiempo promedio que la unidad pasa en la línea de espera:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

5. El tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

6. La probabilidad de que una unidad que llega no tenga que esperar a ser atendida:

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

5. La probabilidad de que haya *n* unidades en el sistema:

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$$

Nota. *En las fórmulas μ es el número medio de llegadas por periodo de tiempo (tasa de llegadas); mientras que λ es el número medio de servicios por periodo de tiempo (tasa de servicios)*

2.2.7. Modelo de línea de espera con múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempo de servicio exponencial (M/M/K).

Una línea de espera de múltiples canales está compuesta de dos o más canales serviciales supuestamente iguales en función de la facultad de servicio. En el sistema de múltiples canales, las unidades esperan en una línea, para luego dirigirse al primer canal disponible para ser atendidas. (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2012, pág. 665)

Existen condiciones específicas para poder calcular las características de operación constante de una línea de espera de canales múltiples:

1. Las llegadas siguen una distribución de probabilidad de Poisson.

2. El tiempo de servicio de cada canal sigue una distribución de probabilidad exponencial.

3. La tasa de servicios es la misma para cada canal.

4. Las llegadas esperan en una sola línea de espera y luego se dirigen al primer canal abierto para que las atiendan.

Figura 03

Fórmulas de las características operacionales del Modelo de línea de espera con múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempo de servicio exponencial.

1. Probabilidad de que no haya unidades en el sistema:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!}\left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right)}$$

2. Número promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda\mu}{(k-1)!(k\mu - \lambda)^2} P_0$$

3. Número promedio de unidades en el sistema:

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

4. Tiempo promedio que una unidad pasa en la línea de espera:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

5. Tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

6. Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar a que la atiendan:

$$P_w = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) P_0$$

7. Probabilidad de que haya *n* unidades en el sistema:

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 \qquad \text{con } n \le k$$

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{k!k^{(n-k)}} P_0 \qquad \text{con } n > k$$

Nota. *En las fórmulas μ es la tasa de servicio de cada canal, λ es tasa de llegada del sistema y k el número de clientes*

2.2.8. Modelo M/G/1

El modelo de línea de espera de canal único con llegadas Poisson y tiempos de servicio arbitrarios, ahora la distribución de probabilidad de los tiempos serviciales no es una distribución de probabilidad vertiginosa. Por lo que, utilizando la notación de Kendall, el modelo de línea de espera propicio es un modelo M/G/1, donde G muestra una distribución de probabilidad general o imprecisa. (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2012, pág. 704)

Figura 04

Fórmulas de las características operacionales del Modelo de línea de espera de canal único con llegadas Poisson y tiempos de servicio arbitrarios.

1. Probabilidad de que no haya unidades en el sistema:

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

2. Número promedio de unidades en la línea de espera:

$$L_q = \frac{\lambda^2\sigma^2 + (\lambda/\mu)^2}{2(1 - \lambda/\mu)}$$

3. Número promedio de unidades en el sistema:

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

4. Tiempo promedio que una unidad pasa en la línea de espera:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

5. Tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

6. Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar a que la atiendan:

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

Nota. *En las fórmulas μ es la tasa de servicios, λ es tasa de llegadas y σ es la desviación estándar del tiempo de servicio*

2.2.9. Modelo M/M/1.

El número máximo de clientes que deben ser atendidos es limitado. En los modelos de línea de espera con fuentes finitas, la tasa de llegadas al sistema cambia, según la cantidad de clientes que hay en la línea de espera; el modelo tiene una población con capacidad limitada. Las fórmulas de las características de operación de los modelos de línea de espera anterior se deben cambiar para tener en cuenta el impacto de las poblaciones que son finitas. (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2012, pág. 709)

Figura 05

Fórmulas de las características operacionales del modelo de línea de espera con fuentes finitas.

1. Probabilidad de que no haya unidades en el sistema:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{(N-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n} \qquad \textbf{(15.33)}$$

2. Número promedio de unidades en la línea de espera:

$$L_q = N - \frac{\lambda + \mu}{\lambda}(1 - P_0) \qquad \textbf{(15.34)}$$

3. Número promedio de unidades en el sistema:

$$L = L_q + (1 - P_0) \qquad \textbf{(15.35)}$$

4. Tiempo promedio que una unidad pasa en la línea de espera:

$$W_q = \frac{L_q}{(N - L)\lambda} \qquad \textbf{(15.36)}$$

5. Tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \qquad \textbf{(15.37)}$$

6. Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar para que la atiendan:

$$P_w = 1 - P_0 \qquad \textbf{(15.38)}$$

7. Probabilidad de que haya n unidades en el sistema:

$$P_n = \frac{N!}{(N-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \text{para } n = 0, 1, \ldots, N \qquad \textbf{(15.39)}$$

Nota. *En las fórmulas µ es la tasa de servicios, λ es tasa de llegadas de cada unidad y N es el tamaño de la población.*

CAPÍTULO III METODOLOGÍA

3.1. Diseño de la investigación

La investigación se consideró como diseño no experimental ya que las variables de estudio no fueron manipuladas por el investigador.

3.2. Tipo de investigación

La investigación se consideró como metodología del tipo descriptiva, ya que se procedió a describir actividades de los usuarios y agentes de atención de la organización financiera, a través de investigación IN SIT para la recolección de los datos sobre la llegada de los clientes y el servicio que brindan en el área de ventanilla, se seleccionó el modelo que más se adaptó al estudio para posteriormente plantear soluciones a la organización que fuesen factibles.

3.3.Población y muestra

3.3.1. Población

La población objeta a estudio de la presente investigación son los usuarios del Banco del Austro sitúa en la ciudad de Quito, específicamente en el centro comercial "El Condado", y los trabajadores de la organización, ya que se toma encuentra tiempo de espera y tiempo de servicio. La siguiente tabla 01 muestra el número de clientes atendidos en el segundo trimestre del año 2021.

3.3.2. Muestra

Tabla 01
Tasa de llegada en el segundo semestre del año 2021.

CLIENTES ATENDIDOS SEGUNDO TRIMESTRE DEL AÑO 2021	
Abril	6152
Mayo	6367
Junio	7153

PROMEDIO	6557

Nota de tabla: los datos son el promedio de clientes atendidos al mes en el segundo trimestre del año 2021.
Fuente: Elaboración propia

Promedio de personas al día: 273 personas

$$n = \frac{N}{(N-1)E^2 + 1}$$

$$n = \frac{273}{(273-1)(0{,}05)^2 + 1} = 163\ encuestas$$

El total de encuestas a realizar es de 163 clientes del Banco del Austro.

3.4. Técnicas de la investigación

En la presente investigación se aplicó la encuesta a los usuarios de la organización, así como también se entrevistó a una de las servidoras del área de ventanilla, con la finalidad de obtener datos referentes a tasa de servicio y tasa de llagada, necesarios para el presente estudio. También se realizará observación de campo para establecer el número de personas que espera por el servicio y el número de personas que acceden al servicio.

3.5. Procedimiento de la investigación

El proceso de la investigación tuvo el siguiente orden:

1. Se aplicó técnicas de recolección de datos, tanto de los clientes externos e internos de la organización para tener un mayor enfoque de la problemática.
2. Se analizó la problemática con la finalidad de obtener resultados específicos de los parámetros como el tiempo que debe esperar por el servicio el cliente, la confianza sobre el área de ventanilla, el ambiente de atención, entre otros.
3. Se realizó numerosas observaciones sistemáticas en dicha organización para determinar una tasa media de llegada y una tasa media de servicio, datos necesarios para proceder a realizar los cálculos matemáticos del estudio de colas.

4. Se seleccionó el modelo que más se ajustaba a este servicio, por lo que procedió a la aplicación del modelo con un sistema de colas del tipo: de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempo de servicio exponencial, así como el modelo M/M/K, con el número de servidores desde 2 hasta 4. Para observar el comportamiento de los parámetros operativos.
5. Se realizó los cálculos de; la probabilidad de que no haya unidades en el sistema, cantidad promedio de unidades en línea de espera, cantidad promedio de unidades en el sistema, tiempo promedio que pasa una unidad en línea de espera, tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema y la probabilidad de que una unidad que llegue tenga que esperar por el servicio.
6. Finalmente se procedió a plantear recomendaciones de las posibles soluciones que se pueden aplicar para mejorar la calidad de servicio para los usuarios, tras un análisis económico de las filas de espera.

CAPÍTULO IV RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN.

4.1.Resultados de las encuestas

Se procede al análisis de las encuestas realizadas a los usuarios del Banco del Austro del centro comercial "El Condado" de la ciudad de Quito, siendo la muestra un total de 163 usuarios, se obtuvo los siguientes resultados:

1. ¿El tiempo de servicio en ventanilla del Banco del Austro es satisfactorio para usted?

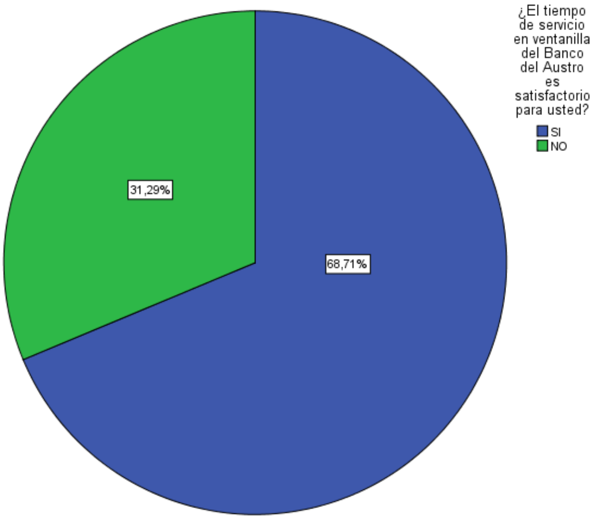
Tabla 02
Satisfacción del cliente.

¿El tiempo de servicio en ventanilla del Banco del Austro es satisfactorio para usted?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	SI	112	68,7	68,7	68,7
	NO	51	31,3	31,3	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 06
Porcentaje de satisfacción del cliente.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 1 de la encuesta.

Interpretación: Se tiene como resultado que del total de 163 personas encuestadas el 68,7% de usuarios dijeron que "Sí" es satisfactorio el tiempo de servicio en ventanillas de la institución, mientras que el 31,3% de usuarios dijeron que "No" es satisfactorio el tiempo de servicio en ventanilla del Banco del Austro.

2. ¿El servicio que le brinda en ventanilla del banco del Austro le genera confianza?

Tabla 03

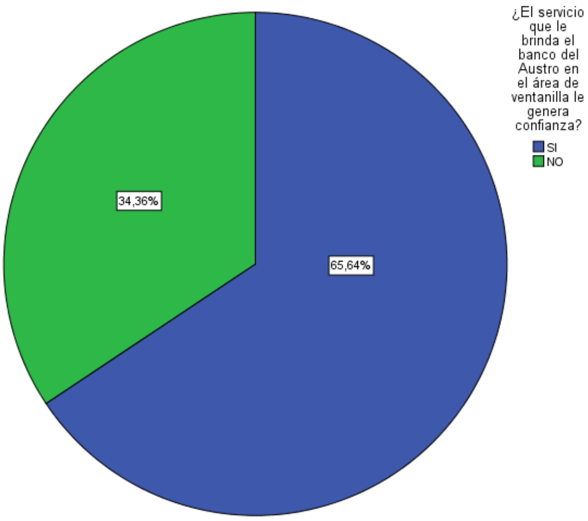
Confiabilidad del cliente.

¿El servicio que le brinda el banco del Austro en el área de ventanilla le genera confianza?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	SI	107	65,6	65,6	65,6
	NO	56	34,4	34,4	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 07
Porcentaje de confiabilidad del cliente.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 2 de la encuesta.

Interpretación: Para el 65,6% de usuarios del Banco del Austro "Si" genera confianza el servicio que brinda el Banco en el área de ventanilla, mientras que al 34,4% de usuarios dijeron que "No" es satisfactoria el servicio que brindan en ventanilla del banco del Austro.

3. ¿Cuándo usted acude al banco del Austro al área de ventanilla tardan en dar respuestas a su requerimiento?

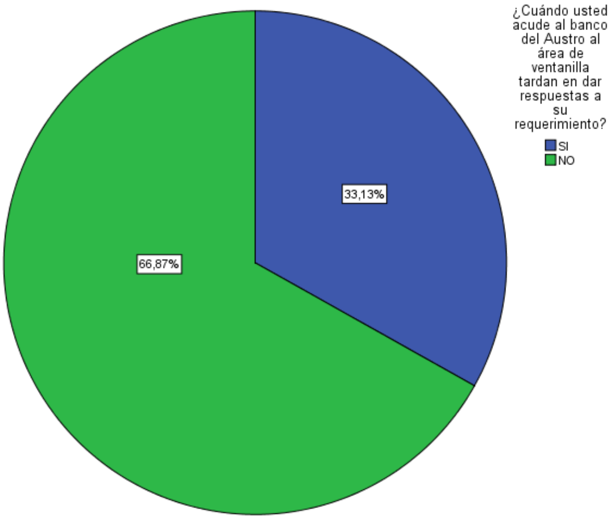
Tabla 04 Solventabilidad al cliente.

¿Cuándo usted acude al banco del Austro al área de ventanilla tardan en dar respuestas a su requerimiento?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	SI	54	33,1	33,1	33,1
	NO	109	66,9	66,9	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 08
Resultado de la encuesta de la solventabilidad al cliente.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 3 de la encuesta.

Interpretación: Para 33,1 % de usuarios del Banco del Austro "Si" tardan en dar respuesta a su requerimiento en el área de ventanilla, mientras que al 66,9% de usuarios dijeron que "No" tardan en dar respuesta a sus requerimientos en esta área.

4. ¿Considera usted que la tecnología con la que cuenta el banco, es apropiada?

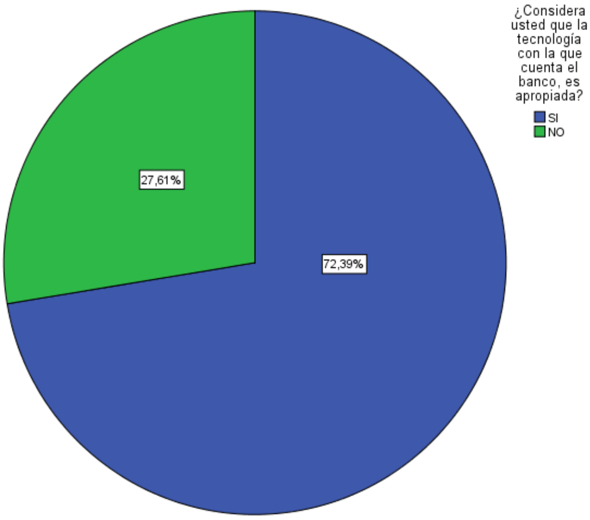
Tabla 05
Tecnología de la institución financiera.

¿Considera usted que la tecnología con la que cuenta el banco, es apropiada?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	SI	118	72,4	72,4	72,4
	NO	45	27,6	27,6	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 09
Resultado de la tecnología de la institución financiera.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 4 de la encuesta.

Interpretación: El 72,4% de usuarios considera que la tecnología con la que cuenta el banco del Austro "Si" es apropiada, mientras que al 27,6% de usuarios considera que "No" es apropiada la tecnología con la que cuenta el Banco.

5. ¿Al acudir al Banco al área de ventanilla debe esperar para ser atendido?

Tabla 06
Atención al cliente.

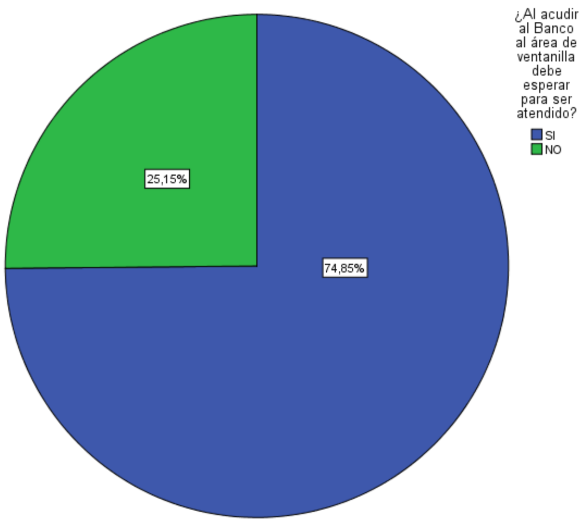
¿Al acudir al Banco al área de ventanilla debe esperar para ser atendido?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado

Válido	SI	122	74,8	74,8	74,8
	NO	41	25,2	25,2	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 10
Resultado de la encuesta en atención al cliente.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 5 de la encuesta.

Interpretación: El 74,8% de encuestados dijeron que "Si" deben esperar para ser atendidos en el área de ventanilla, mientras que el 25,2% dijeron que no deben esperar para ser atendidos.

6. ¿Qué tiempo en promedio se demora en la fila de espera antes de ser atendido en ventanilla?

Tabla 07
Eficiencia del servicio.

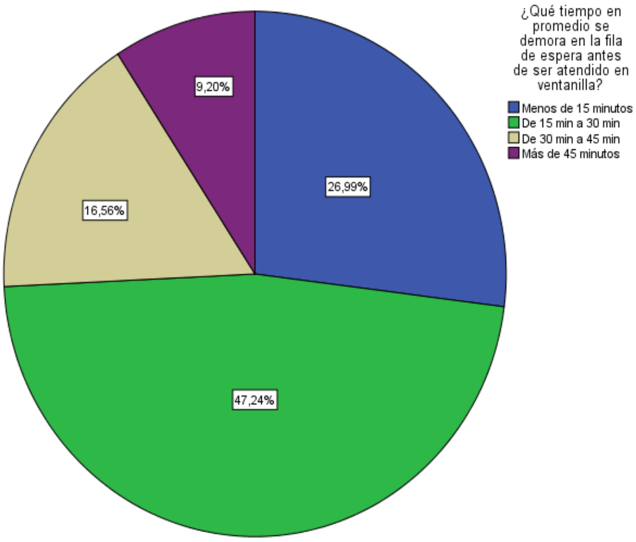
¿Qué tiempo en promedio se demora en la fila de espera antes de ser atendido en ventanilla?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Menos de 15 minutos	44	27,0	27,0	27,0
	De 15 min a 30 min	77	47,2	47,2	74,2

De 30 min a 45 min	27	16,6	16,6	90,8
Más de 45 minutos	15	9,2	9,2	100,0
Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 11 Resultado de la encuesta para la eficiencia del servicio.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 6 de la encuesta.

Interpretación: Del total de las personas encuestadas, el 27% dijo que se demoraba en promedio de tiempo en la fila de espera es de Menos de 15 minutos, mientras que el 47,2% dijo que el 15 min a 30 min, el 16,6% dijo que se demoraban en promedio de 30 min a 45 minutos, mientras que el 9,2% dijeron que tardan más de 45 minutos.

7. ¿Cuál considera que es la causa principal para que usted tarde en ser atendido?

Tabla 08
Causas que influyen en la eficiencia del servicio.

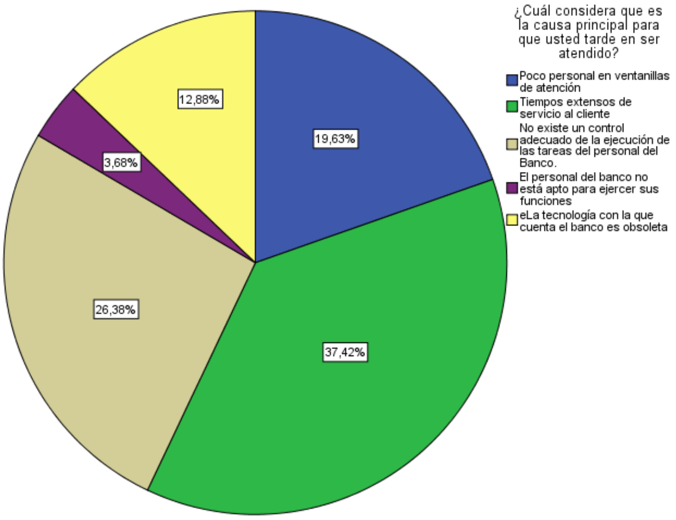
¿Cuál considera que es la causa principal para que usted tarde en ser atendido?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Poco personal en ventanillas de atención	32	19,6	19,6	19,6
	Tiempos extensos de servicio al cliente	61	37,4	37,4	57,1
	No existe un control adecuado de la ejecución de las tareas del personal del Banco.	43	26,4	26,4	83,4

El personal del banco no está apto para ejercer sus funciones	6	3,7	3,7	87,1
La tecnología con la que cuenta el banco es obsoleta	21	12,9	12,9	100,0
Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 12
Resultado de la encuesta de las causas que influyen en la eficiencia del servicio.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 7 de la encuesta.

Interpretación: El 19,6% de usuarios considera que la causa principal para que tarden en atender en área de ventanilla es, poco personal en ventanillas de atención, el 37,4 % considera como causa principal a los tiempos extensos de servicio al cliente, el 26,4% considera como causa principal es la falta de control adecuado de la ejecución de las tareas del personal del Banco, el 3,7% considera como causa principal es que el personal del banco no está apto para ejercer sus funciones, y el 12,9% considera como causa principal es que la tecnología con la que cuenta el banco es obsoleta.

8. ¿Qué tiempo en promedio se demora en el servicio de ventanilla mientras está siendo atendido?

Tabla 09
Eficiencia del servicio.

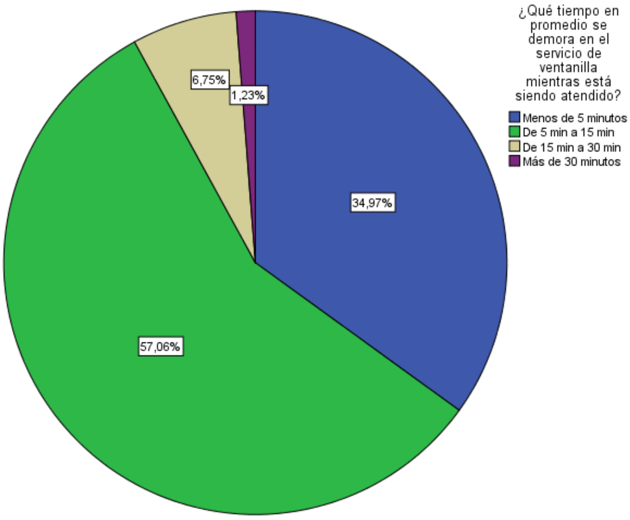
¿Qué tiempo en promedio se demora en el servicio de ventanilla mientras está siendo atendido?

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado

Válido	Menos de 5 minutos	57	35,0	35,0	35,0
	De 5 min a 15 min	93	57,1	57,1	92,0
	De 15 min a 30 min	11	6,7	6,7	98,8
	Más de 30 minutos	2	1,2	1,2	100,0
	Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 13
Resultado de la encuesta con relación a la eficiencia del servicio.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 8 de la encuesta.

Interpretación: El 35% de usuarios manifestó que el promedio de tiempo del servicio en el área de ventanillas es menos de 5 min, el 57,1% manifestó que el tiempo de servicio es de 5 minutos a 15 minutos, el 6,7% manifestó que el tiempo del servicio del área de ventanilla es de 15 min a 30 min y el 1,2% de clientes manifestaron que el tiempo de servicio sea de más de 30 min en el área de ventanilla.

9. ¿Estaría dispuesto a utilizar herramientas tecnológicas para agilizar trámites sin asistir al Banco?

Tabla 10
Adaptabilidad de los clientes.

¿Estaría dispuesto a utilizar herramientas tecnológicas para agilizar trámites sin asistir al Banco?

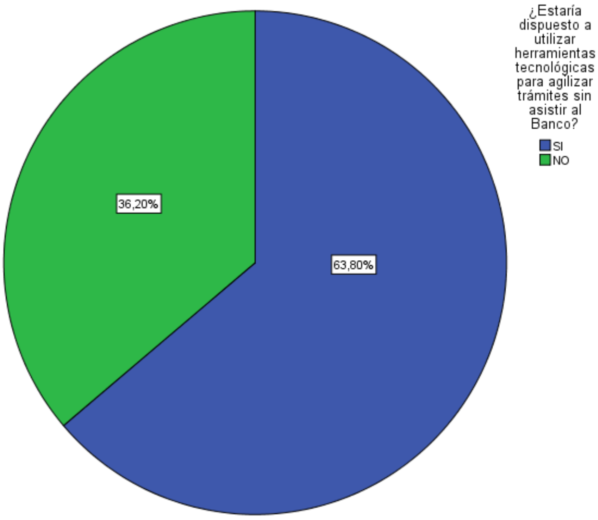
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	SI	104	63,8	63,8	63,8

NO	59	36,2	36,2	100,0
Total	163	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 14

Resultados de la encuesta para la adaptabilidad de los clientes.



Nota: La figura representa los porcentajes obtenidos en la pregunta 9 de la encuesta.

Interpretación: Del total de encuestados el 63,8% dijo que "Sí" estaría dispuesto a utilizar herramientas tecnológicas para agilizar trámites sin asistir al Banco, mientras que el 36,2% dijo que "No" estaría dispuesto a utilizar herramientas tecnológicas, siendo personas que van a ir a las instalaciones bancarias.

4.1.1. Resultado Global de las encuestas

4.2. Resultado de tasa de llegada y de servicio de la investigación

Mediante la investigación in situ en las instalaciones del Banco del Austro situado en el centro comercial "El Condado" de la ciudad de Quito, se obtuvo los siguiente datos que se pueden observar en el Anexo 06, donde se muestra un Excel con los resultados tomados en la duración de 7 semanas cuatro semanas del mes de junio y tres semanas del mes de julio del 2021, correspondientes al área de ventanillas, donde se situó el centro de la investigación ya que es donde se genera largas filas de espera, mientras que en áreas como atención al cliente, gerencia y otras no se generan filas con un número considerable de personal en espera.

Para la investigación se generó un promedio del número de personas atendidas y el número de llegadas que se generan, como se muestra en la tabla 11, con la finalidad de obtener la tasa de servicio y tasa de llegada, datos necesarios para el cálculo del estudio de colas.

Tabla 11
Promedio de clientes atendidos por hora al día correspondientes desde 31 de mayo al 17 julio del 2021.

Días	***Llegadas*** $\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{C/h})$	***Servicio*** $\boldsymbol{\mu}\,(\boldsymbol{C/h})$
Lunes	47,94	27,04
Martes	41,69	24,02
Miércoles	39,67	23,67
Jueves	40,53	23,16
Viernes	41,45	25,59
Sábados	29,67	21,67

*Nota**:** los datos son el promedio de clientes que esperan por el servicio y que son atendidos en el mes de junio y julio del 2021 por hora.*
Fuente: Elaboración propia

4.3.Aplicación del modelo de teoría de colas

Para el desarrollo de los cálculos correspondientes se procederá a la aplicación de los múltiples modelos de teoría de cola, para cada día de estudio, se consideró el cálculo con el modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempo de servicio exponencial, y el de múltiple canal para; M/M/2, M/M/3 y M/M/4, con la finalidad de analizar la situación actual y poder ver si es necesario el incremento de más ventanillas de atención.

4.3.1. Aplicación del modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día lunes

Tabla 12
Tasa de llegada y servicio del día lunes.

Día	***Llegadas*** $\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{C/h})$	***Servicio*** $\boldsymbol{\mu}\,(\boldsymbol{C/h})$
Lunes	47,94	27,04

Fuente: *Elaboración propia*

4.3.1.1. Modelo M/M/1 para el día lunes.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_O = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$
$$P_O = 1 - \frac{47{,}94}{27.04} = -0{,}7728 \text{ o -77,28\%}$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{47{,}94^2}{27{,}04 * (27{,}04 - 47{,}94)} = -4{,}06;\ \ igual\ a\ 4\ ususarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$
$$L = -4{,}06 + \frac{47{,}94}{27{,}04} = -5{,}84\ \ igual\ a\ \ 6\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} =$$
$$W_q = \frac{-5{,}84}{47{,}94} = -0{,}08\ h, igual\ 4\ minutos\ con\ 48\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = -0{,}08 + \frac{1}{27{,}04} = -0{,}05\ h, igaul\ a\ 3\ minutos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_w = \frac{47.94}{27.04} = 1.77, igual\ al\ 177\%$$

Nota: Los valores negativos son resultado de que la tasa de llegada es mayor que la tasa de servicio.

4.3.2. Aplicación del modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día lunes

Para proceder a realizar la investigación de operación para un análisis global, y deducir cuántos canales satisfacen la cantidad de personas que requieren el servicio, se procederá a los cálculos correspondientes con el promedio general de todas las muestras del día lunes de la tasa de servicio y la tasa de llegada, para M/M/2, M/M/3 y M/M/4 canales de atención.

4.3.2.1. Modelo M/M/2 para el día lunes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{47{,}94}{27{,}04}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{47{,}94}{27{,}04}\right)^1}{1!} + \left(\frac{\left(\frac{47{,}94}{27{,}04}\right)^2}{2!} \times \frac{2 \times 27{,}04}{(2 \times 27{,}04) - 47{,}94}\right)}$$

$$P_o = 0{,}0602; igual\ a\ 6{,}02\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu-\lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{47{,}94}{27{,}04}\right)^2 (47{,}94 \times 27{,}04)}{(2-1)! \times ((2 \times 27{,}04) - 47{,}94)^2} \times 0{,}0602 = 6{,}49, \mathit{igual\ a}\ 6\ \mathit{usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$
$$L = 6{,}49 + \frac{47{,}94}{27.04} = 8{,}27;\quad \mathit{igual\ a}\ 8\ \mathit{usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$
$$W_q = \frac{6{,}49}{47{,}94} = 0{,}14;\quad \mathit{igual\ a}\ 8\ \mathit{minutos\ con}\ 40\ \mathit{segundos}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$
$$W = 0{,}14 + \frac{1}{27.04} = 0{,}17;\ \mathit{igual\ a}\ 10\ \mathit{minutos\ con}\ 12\ \mathit{segundos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{2!} \times \left(\frac{47{,}94}{27{,}04}\right)^2 \times \left(\frac{2 \times 27{,}04}{(2 \times 27{,}04) - 47{,}94}\right) \times 0{,}0602 = 0{,}8334;\ \mathit{igual\ a}\ 83{,}34\%$$

4.3.2.2. Modelo M/M/3 para el día lunes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^2}{2!} + \left(\frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^3}{3!} \times \frac{3 \times 27,04}{(3 \times 27,04) - 47,94}\right)}$$

$$P_o = 0,1512; \mathit{igual\ a}\ 15,12\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{47,94}{27.04}\right)^3 \times 47,94 \times 27.04}{(3-1)! \times ((3 \times 47,94) - 27,04)^2} \times 0,1512 = 0,62; \;\; \mathit{igual\ a}\ 1\ \mathit{usuario}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$
$$L = 0,62 + \frac{47,94}{27,04} = 3,89; \; \mathit{igual\ a}\ 4\ \mathit{usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$
$$W_q = \frac{0,62}{47,94} = 0,013; \mathit{igual\ a}\ 47\ \mathit{segundos}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$
$$W = 0,013 + \frac{1}{27,04} = 0,050; \; \mathit{igual\ a}\ 3\ \mathit{minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{3!} \times \left(\frac{47,94}{27,04}\right)^3 \times \left(\frac{3 \times 27,04}{(3 \times 27,04) - 47,94}\right) \times 0,1268 = 0,58; \; \mathit{igual\ al}\ 58\%$$

4.3.2.3. Modelo M/M/4 para el día lunes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^3}{3!} + \left(\frac{\left(\frac{47,94}{27,04}\right)^4}{4!} \times \frac{4 \times 27,04}{(4 \times 27,04) - 47,94}\right)}$$

$$P_o = 0,1557; igual\ a\ 15,57\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{47,94}{27.04}\right)^4 \times 47,94 \times 27.04}{(4-1)! \times ((4 \times 47,94) - 27,04)^2} \times 0,1557 = 0,18;\ \ No\ hay\ usuarios\ en\ espera$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,18 + \frac{47,94}{27,04} = 1,96;\ igual\ a\ 2\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,18}{47,94} = 0,004; es\ igual\ a\ 14\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,004 + \frac{1}{27,04} = 2,45;\ es\ igual\ a\ 2\ minutos\ con\ 27\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{4!} \times \left(\frac{47,94}{27,04}\right)^4 \times \left(\frac{4 \times 27,04}{(4 \times 27,04) - 47,94}\right) \times 0,1557 = 0,39;\ igual\ al\ 39\%$$

4.3.2.4. Análisis de los resultados obtenidos para el día lunes

La Tabla 13, presenta los resultados de aplicar las diferentes ecuaciones matemáticas del estudio de colas, para poder identificar el estado actual del tiempo de servicio en banco del Austro del centro comercial el condado en la ciudad de Quito, en el área de ventanilla, la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por ser atendido es del 88,64 % con el sistema actual de dos canales, con un tiempo promedio de espera de 8 minutos con 40 segundos.

Nota: Los resultados de M/M/1, son negativos debido a que la tasa de servicio es menor que la de llegada, por lo que se tomó el valor absoluto.

Tabla 13

Resultados del estudio de colas con un solo canal y múltiples canales del día lunes.

INDICADORES ⇩ ⇨ ***MODELOS***	***M/M/1***	***M/M/2***	***M/M/3***	***M/M/4***
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	-77,28%	6,41%	12,68%	15,57%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.	9 usuarios	7 usuarios	1 usuario	No hay clientes
Cantidad promedio de unidades en el sistema.	10 usuarios	9 usuarios	4 usuarios	3 usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.	10 minutos con 48 segundos	8 minutos con 40 segundos	46 segundos	14 segundos
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.	13 minutos con 12 segundos	10 minutos con 53 segundos	3 minutos	2 minutos con 27 segundos
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.	177%	88,64%	58%	39%

Nota: resultados obtenidos al aplicar el método M/M/1 y el método M/M/K de teoría de colas para el día lunes.

Fuente: Elaboración propia

4.3.3. Aplicación del modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día martes

Tabla 14
Tasa de llegada y servicio del día martes.

Día	***Llegadas*** $\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{C/h})$	***Servicio*** $\boldsymbol{\mu}\,(\boldsymbol{C/h})$
Martes	41,69	24,02

Fuente: Elaboración propia

4.3.3.1. Modelo M/M/1 para el día martes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_O = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_O = 1 - \frac{41{,}69}{24{,}02} = -0{,}7358, igual\ a - 73{,}58\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{41{,}69^2}{24{,}02 \times (24{,}02 - 41{,}69)} = -8{,}19, igual\ a\ 8\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = -8{,}19 - \frac{41{,}69}{24{,}02} = -9{,}13;\ igual\ a\ 9\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{-8{,}19}{41{,}69} = 0{,}20;\ igual\ a\ 12\ minutos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = -0{,}20 + \frac{1}{24{,}02} = -0{,}24;\ igual\ a\ 14\ minutos\ con\ 17\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_w = \frac{41{,}69}{24{,}02} = 1{,}74, igual\ a\ 174\%$$

4.3.4. Aplicación del modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día martes

Para proceder a realizar la investigación de operación para un análisis global, y deducir cuántos canales satisfacen la cantidad de personas que requieren el servicio, se procederá a los cálculos correspondientes con el promedio general de todas las muestras del día martes de la tasa de servicio y la tasa de llegada, para M/M/2, M/M/3 y M/M/4 canales de atención.

4.3.4.1. Modelo M/M/2 para el día martes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^1}{1!} + \left(\frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^2}{2!} \times \frac{2 \times 24{,}02}{(2 \times 24{,}02) - 41{,}69}\right)}$$

$$P_o = 0{,}0761; igual\ a\ 7{,}61\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu-\lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^2 (41{,}69 \times 24{,}02)}{(2-1)!\,((2 \times 24{,}02) - 41{,}69)^2} \times 0{,}0761 = 5{,}70;\ igual\ a\ 6\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 5{,}70 + \frac{41{,}69}{24{,}02} = 7{,}64;\ igual\ a\ 8\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{5{,}70}{41{,}69} = 0{,}14;\ \ igual\ a\ 8\ minutos\ con\ 12\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}14 + \frac{1}{24{,}02} = 0{,}18;\ igual\ a\ 10\ minutos\ con\ 42\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu-\lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{2!} \times \left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^2 \times \left(\frac{2 \times 24{,}02}{(2 \times 24{,}02) - 41{,}69}\right) \times 0{,}0761 = 0{,}87;\ igual\ a\ 87\%$$

4.3.4.2. Modelo M/M/3 para el día martes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu-\lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^2}{2!} + \left(\frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^3}{3!} \times \frac{3 \times 24{,}02}{(3 \times 24{,}02) - 41{,}69}\right)}$$

$$P_o = 0{,}1355; \mathit{igual\ a}\ 13{,}55\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^3 41{,}69 \times 24{,}02}{(3-1)!\,((3 \times 24{,}02) - 41{,}69)^2} \times 0.1355 = 0{,}68;\ \mathit{igual\ a\ un\ usuario}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0{,}68 + \frac{41{,}69}{24{,}02} = 3{,}72, \mathit{igual\ a}\ 4\ \mathit{usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0{,}45}{41{,}69} = 0{,}02;\ \mathit{igual\ a}\ 1\ \mathit{minuto\ con}\ 12\ \mathit{segundos}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}02 + \frac{1}{24{,}02} = 0{,}05;\ \mathit{igual\ a}\ 3\ \mathit{minutos\ con}\ 29\ \mathit{segundos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{3!} \times \left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^3 \times \left(\frac{3 \times 24{,}02}{(3 \times 24{,}02) - 41{,}69}\right) \times 0{,}1355 = 0{,}56;\ \mathit{igual\ a}\ 56\%$$

4.3.4.3. Modelo M/M/4 para el día martes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{41,69}{24,02}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{41,69}{24,02}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{41,69}{24,02}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{41,69}{24,02}\right)^3}{3!} + \left(\frac{\left(\frac{41,69}{24,02}\right)^4}{4!} \times \frac{4 \times 24,02}{(4 \times 24,02) - 41,69}\right)}$$

$$P_o = 0,1668; igual\ a\ 16,68\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{41,69}{24,02}\right)^4 41,69 \times 24,02}{(4-1)!\,((4 \times 24,02) - 41,69)^2} \times 0,1668 = 0,17;\ igual\ a\ cero\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,17 + \frac{41,69}{24,02} = 1,91;\ igual\ a\ 2\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,17}{41,69} = 0,004;\ igual\ a\ 24\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,004 + \frac{1}{24,02} = 0,046;\ igual\ a\ 2\ minutos\ con\ 46\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{4!} \times \left(\frac{41{,}69}{24{,}02}\right)^4 \times \left(\frac{4 \times 24{,}02}{(4 \times 24{,}02) - 41{,}69}\right) \times 0{,}1668 = 0{,}37;\ igual\ a\ 37\%$$

4.3.4.4. Análisis de los resultados obtenidos para el día martes

La Tabla 15, presenta los resultados de aplicar las diferentes ecuaciones matemáticas del estudio de colas, para poder identificar el estado actual del tiempo de servicio en banco del Austro del centro comercial el condado en la ciudad de Quito, en el área de ventanilla, para los días martes la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por ser atendido es del 81 % actualmente con el sistema de dos canales, con un tiempo promedio de espera de 8 minutos con 12 segundos.

Tabla 15
Resultados del estudio de colas con un solo canal y múltiples canales del día martes.

INDICADORES ⇩ ***MODELOS*** ⇨	***M/M/1***	***M/M/2***	***M/M/3***	***M/M/4***
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	-73,58%	7,61%	13,55%	16,68%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.	8 usuarios	6 usuarios	1 usuario	No hay usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema.	9 usuarios	8 usuarios	4 usuarios	2 usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.	12 minutos	8 minutos con 12 segundos	1 minuto y 12 segundos	15 segundos
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.	14 minutos con 17 segundos	10 minutos con 7 segundos	3 minutos y 29 segundos	2 minutos con 44 segundos

Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.	174%	81%	56%	37%

Nota: resultados obtenidos al aplicar el método M/M/1 y el método M/M/K de teoría de colas para el día martes.
Fuente: Elaboración propia

4.3.5. Aplicación del modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día miércoles

Tabla 16
Tasa de llegada y servicio del día miércoles.

Día	***Llegadas*** $\boldsymbol{\lambda}(C/h)$	***Servicio*** $\boldsymbol{\mu}(C/h)$
Miércoles	39,67	23,67

Fuente: Elaboración propia

4.3.5.1. Modelo M/M/1 para el día miércoles

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_O = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$
$$P_O = 1 - \frac{39{,}67}{23{,}67} = -0{,}6759;\ igual\ 67{,}59\ \%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{39{,}67^2}{23{,}67 \times (23{,}67 - 39{,}67)} = -8{,}31;\ igual\ a\ 8\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$
$$L = -8{,}31 + \frac{39{,}67}{23{,}67} = -9{,}39;\ igual\ a\ 9\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{-8{,}31}{39{,}67} = -0{,}21;\ es\ igual\ a\ 12\ minutos\ con\ 34\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = -0{,}21 + \frac{1}{23{,}67} = -0{,}25;\ igual\ a\ 15\ minutos\ con\ 6\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_w = \frac{39{,}67}{23{,}67} = 1{,}68;\ \ igual\ a\ 168\%$$

4.3.6. Aplicación del modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día miércoles

Al realizar la investigación de operación para un análisis global, y deducir cuántos canales satisfacen la cantidad de personas que requieren el servicio, se procederá a los cálculos correspondientes con el promedio general de todas las muestras del día miércoles de la tasa de servicio y la tasa de llegada, para M/M/2, M/M/3 y M/M/4 canales de atención.

4.3.6.1. Modelo M/M/2 para el día miércoles

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{39{,}67}{23{,}67}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{39{,}67}{23{,}67}\right)^1}{1!} + \left(\frac{\left(\frac{39{,}67}{23{,}67}\right)^2}{2!} \times \frac{2 \times 23{,}67}{(2 \times 23{,}67) - 39{,}67}\right)}$$

$$P_o = 0{,}0967;\ igual\ a\ el\ 9{,}67\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu-\lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^2 (39,67 \times 23,67)}{(2-1)!\,((2 \times 23,67) - 39,67)^2} \times 0,0967 = 4,33;\ \ igual\ a\ 4\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 4,33 + \frac{39,67}{23,67} = 6,01;\ igual\ a\ 6\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{4,33}{39,67} = 0,11; igual\ a\ 6\ minutos\ con\ 33\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,11 + \frac{1}{23,67} = 0,15;\ \ igual\ a\ 9\ minutos\ con\ 5\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu-\lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{2!} \times \left(\frac{39,67}{23,67}\right)^2 \times \left(\frac{2 \times 23,67}{(2 \times 23,67) - 39,67}\right) \times 0,0967 = 0,84;\ es\ decir\ 84\%$$

4.3.6.3. Modelo M/M/3 para el día miércoles

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu-\lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^2}{2!} + \left(\frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^3}{3!} \times \frac{3 \times 23,67}{(3 \times 23,67) - 39,67}\right)}$$

$$P_o = 0,1507; igual\ a\ 15,07\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^3 (39,67 \times 23,67)}{(3-1)!\,((3 \times 23,67) - 39,67)^2} \times 0,1507 = 0,64;\ es\ igual\ a\ 1\ usuario$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,64 + \frac{39,67}{23,67} = 3,51;\ es\ igual\ a\ 4\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,64}{39,67} = 0,02;\ igual\ a\ 1\ minuto\ con\ 12\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,02 + \frac{1}{23,67} = 0,058;\ igual\ a\ 3\ minutos\ con\ 30\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{3!} \times \left(\frac{39,67}{23,67}\right)^3 \times \left(\frac{3 \times 23,67}{(3 \times 23,67) - 39,67}\right) \times 0,1507 = 0,54;\ es\ igual\ a\ 54\%$$

4.3.6.3. Modelo M/M/4 para el día miércoles

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^3}{3!} + \left(\frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^4}{4!} \times \frac{4 \times 23,67}{(4 \times 23,67) - 39,67}\right)}$$

$$P_o = 0{,}1864; igual\ a\ 18{,}64\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{39,67}{23,67}\right)^4 (39{,}67 \times 23{,}67)}{(4-1)!\,((4 \times 23{,}67) - 39{,}67)^2} \times 0{,}1864 = 0{,}15;\ es\ igual\ a\ cero\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0{,}15 + \frac{39{,}67}{23{,}67} = 1{,}83;\ es\ igual\ a\ 2\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0{,}15}{39{,}67} = 0{,}004;\ igual\ a\ 14\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}004 + \frac{1}{23{,}67} = 0{,}046;\ igual\ a\ 2\ minutos\ con\ 46\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{4!} \times \left(\frac{39,67}{23,67}\right)^4 \times \left(\frac{4 \times 23,67}{(4 \times 23,67) - 39,67}\right) \times 0,1865 = 0,33;\ igual\ a\ 33\%$$

4.3.6.4. Análisis de los resultados obtenidos para el día miércoles

La Tabla 17, presenta los resultados de aplicar las diferentes ecuaciones matemáticas del estudio de colas, para poder identificar el estado actual del tiempo de servicio en banco del Austro del centro comercial el condado en la ciudad de Quito, en el área de ventanilla, para los días miércoles la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por ser atendido es del 84 % actualmente con el sistema de dos canales, con un tiempo promedio de espera de 6 minutos con 33 segundos.

Tabla 17
Resultados del estudio de colas con un solo canal y múltiples canales del día miércoles.

***INDICADORES* ⇩ / *MODELOS* ⇨**	***M/M/1***	***M/M/2***	***M/M/3***	***M/M/4***
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	-67,59%	9,67%	15,07%	18,65%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.	8 usuarios	4 usuarios	1 usuario	No hay usuario
Cantidad promedio de unidades en el sistema.	9 usuarios	6 usuarios	4 usuarios	2 usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.	12 minutos con 34 segundos	6 minutos con 33 segundos	1 minuto con 12 segundos	14 segundos
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.	15 minutos con 6 segundos	9 minutos con 5 segundos	3 minutos	2 minutos con 46 segundos
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.	168%	84%	54%	33%

Nota: resultados obtenidos al aplicar el método M/M/1 y el método M/M/K de teoría de colas para el día miércoles.
Fuente: Elaboración propia

4.3.7. Aplicación del modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día jueves

Tabla 18
Tasa de llegada y servicio del día jueves.

Día	*Llegadas* $\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{C/h})$	*Servicio* $\boldsymbol{\mu}\,(\boldsymbol{C/h})$
Jueves	40,53	23,16

Fuente: Elaboración propia

4.3.7.1. Modelo M/M/1 para el día jueves

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_O = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_O = 1 - \frac{40{,}53}{23{,}16} = -0{,}7498, es\ igual\ a - 74{,}98\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{40{,}53^2}{23{,}16 \times (23{,}16 - 40{,}53)} = -8{,}17\ es\ igual\ a\ 8\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = -8{,}17 + \frac{40{,}53}{23{,}16} = -9{,}42;\ es\ igual\ a\ 9\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{-8{,}17}{40{,}53} = 0{,}20;\ \ igual\ a\ 12\ minutos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}20 + \frac{1}{23{,}16} = 0{,}24 \; igual \; a \; 14 \; minutos \; con \; 41 \; segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_w = \frac{40{,}53}{23{,}16} = 1{,}75; \;\; igual \; a \; 175\%$$

4.3.8. Aplicación del modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día jueves

Para proceder a realizar la investigación de operación para un análisis global, y deducir cuántos canales satisfacen la cantidad de personas que requieren el servicio, se procederá a los cálculos correspondientes con el promedio general de todas las muestras de los días jueves de la tasa de servicio y la tasa de llegada, para M/M/2, M/M/3 y M/M/4 canales de atención.

4.3.8.1. Modelo M/M/2 para el día jueves.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{40{,}53}{23{,}16}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{40{,}53}{23{,}16}\right)^1}{1!} + \left(\frac{\left(\frac{40{,}53}{23{,}16}\right)^2}{2!} \times \frac{2 \times 23{,}16}{(2 \times 23{,}16) - 40{,}53}\right)}$$

$$P_o = 0{,}0715; igual \; a \; el \; 7{,}15\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu-\lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{40{,}53}{23{,}16}\right)^2 \times 40{,}53 \times 23{,}16}{(2-1)!\,((2\times 23{,}16)-40{,}53)^2} \times 0{,}0715 = 6{,}12;\ \mathit{igual\ a}\ 6\ \mathit{usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 6{,}12 + \frac{40{,}53}{23{,}16} = 8{,}07;\ \mathit{igual\ a}\ 8\ \mathit{usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{6{,}12}{40{,}53} = 0{,}15;\ \mathit{igual\ a}\ 9\ \mathit{minutos}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}15 + \frac{1}{23{,}16} = 0{,}19;\ \mathit{igual\ a}\ 11\ \mathit{minutos\ con}\ 39\ \mathit{segundos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu-\lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{2!} \times \left(\frac{40{,}53}{23{,}16}\right)^2 \times \left(\frac{2\times 23{,}16}{(2\times 23{,}16)-40{,}53}\right) \times 0{,}0715 = 0{,}87;\ \mathit{igual\ al}\ 87\%$$

4.3.8.2. Modelo M/M/3 para el día jueves

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu-\lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^2}{2!} + \left(\frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^3}{3!} \times \frac{3 \times 23,16}{(3 \times 23,16) - 40,53}\right)}$$

$$P_o = 0,1322; \textit{igual a } 13,22\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^3 \times 40,53 \times 23,16}{(3-1)!\,((3 \times 23,16) - 40,53)^2} \times 0,1322 = 0,40;\ \textit{No hay usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,70 + \frac{40,53}{23,16} = 2,15;\ \textit{igual a } 2 \textit{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,70}{40,53} = 0,017;\ \textit{igual a } 1 \textit{ minutos con } 2 \textit{ segundos}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,017 + \frac{1}{23,16} = 0,060;\ \textit{igual a } 3 \textit{ minutos con } 36 \textit{ segundos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{3!} \times \left(\frac{40,53}{23,16}\right)^3 \times \left(\frac{3 \times 23,16}{(3 \times 23,16) - 40,53}\right) \times 0,1322 = 0,57;\ \textit{igual a } 57\%$$

4.3.8.3. Modelo M/M/4 para el día jueves

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^3}{3!} + \left(\frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^4}{4!} \times \frac{4 \times 23,16}{(4 \times 23,16) - 40,53}\right)}$$

$$P_o = 0,1625; igual\ a\ 16,25\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{40,53}{23,16}\right)^4 \times 40,53 \times 23,16}{(4-1)!\,((4 \times 23,16) - 40,53)^2} \times 0,1625 = 0,18;\ igual\ a\ cero\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,18 + \frac{40,53}{23,16} = 1,93;\ igual\ a\ 2\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,18}{40,53} = 0,004;\ igual\ a\ 14\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,004 + \frac{1}{23,16} = 0,048; igual\ a\ 2\ minutos\ con\ 51\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{4!} \times \left(\frac{40{,}53}{23{,}16}\right)^4 \times \left(\frac{4 \times 23{,}16}{(4 \times 23{,}16) - 40{,}53}\right) \times 0{,}1625 = 0{,}38 \; es\ igual\ a \; 38\%$$

4.3.8.4. Análisis de los resultados obtenidos para el día jueves

La Tabla 19, presenta los resultados de aplicar las diferentes ecuaciones matemáticas del estudio de colas, para poder identificar el estado actual del tiempo de servicio en banco del Austro del centro comercial el condado en la ciudad de Quito, en el área de ventanilla, para los días jueves la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por ser atendido es del 87 % con el sistema actual de dos canales, con un tiempo promedio de espera de 9 minutos con 4 segundos.

Tabla 19
Resultados del estudio de colas con un solo canal y múltiples canales del día jueves.

INDICADORES ⇩ ⇨ MODELOS	***M/M/1***	***M/M/2***	***M/M/3***	***M/M/4***
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	-74,98%	7,15%	13,22%	16,25%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.	8 usuarios	6 usuarios	1 usuario	No hay usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema.	9 usuarios	8 usuarios	2 usuarios	2 usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.	12 minutos	9 minutos con 4 segundos	1 minuto con 2 segundos	14 segundos
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.	14 minutos con 41 segundos	11 minutos con 39 segundos	3 minutos con 36 segundos	2 minutos con 51 segundos

Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.	175%	87%	57%	38%

Nota de tabla: resultados obtenidos al aplicar el método M/M/1 y el método M/M/K de teoría de colas para el día jueves.
Elaborado por: Esther Veloz

4.3.9. Aplicación del modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día viernes

Tabla 20
Tasa de llegada y servicio del día viernes.

Día	***Llegadas*** $\boldsymbol{\lambda}(C/h)$	***Servicio*** $\boldsymbol{\mu}(C/h)$
Viernes	41,45	25,59

Fuente: Elaboración propia

4.3.9.1. Modelo M/M/1 para el día viernes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_O = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_O = 1 - \frac{41{,}45}{25{,}59}$$ = -0,6196, es igual a -61,96%

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{41{,}45^2}{25{,}59 \times (25{,}59 - 41{,}45)} = -8{,}47;\ igual\ a\ 8\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = -8{,}47 + \frac{37.43}{28.16} = -9{,}49, igual\ a\ 9\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{-8{,}47}{41{,}45} = 0{,}20;\ igual\ a\ 12\ minutos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}20 + \frac{1}{25{,}59} = 0{,}24;\ igual\ a\ 14\ minutos\ con\ 36\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_w = \frac{41{,}45}{25{,}59} = 1{,}62\ es\ igual\ a\ 162\%$$

4.3.10. Aplicación del modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día viernes

Para proceder a realizar la investigación de operación para un análisis global, y deducir cuántos canales satisfacen la cantidad de personas que requieren el servicio, se procederá a los cálculos correspondientes con el promedio general de todas las muestras de los días viernes de la tasa de servicio y la tasa de llegada, para M/M/2, M/M/3 y M/M/4 canales de atención.

4.3.10.1. Modelo M/M/2 para el día viernes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{41{,}45}{25{,}59}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{41{,}45}{25{,}59}\right)^1}{1!} + \left(\frac{\left(\frac{41{,}45}{25{,}59}\right)^2}{2!} \times \frac{2 \times 25{,}59}{(2 \times 25{,}59) - 41{,}45}\right)}$$

$$P_o = 0{,}1174;\ igual\ a\ el\ 11{,}74\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^2 \times 41,45 \times 25,59}{(2-1)!\,((2 \times 25,59) - 41,45)^2} \times 0,1174 = 3,45;\ igual\ a\ 3\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 3,45 + \frac{41,45}{25,59} = 5,07;\ igual\ a\ 5\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{3,45}{41,45} = 0,08;\ igual\ a\ 4\ minutos\ con\ 48\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,08 + \frac{1}{25,59} = 0,12;\ igual\ a\ 7\ minutos\ con\ 20\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{2!} \times \left(\frac{41,45}{25,59}\right)^2 \times \left(\frac{2 \times 25,59}{(2 \times 25,59) - 41,45}\right) \times 0,1174 = 0,81;\ igual\ a\ 81\%$$

4.3.10.2. Modelo M/M/3 para el día viernes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^2}{2!} + \left(\frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^3}{3!} \times \frac{3 \times 25,59}{(3 \times 25,59) - 41,45}\right)}$$

$$P_o = 0,1664; igual\ a\ 16,64\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^3 \times 41,45 \times 25,59}{(3-1)!\,((3 \times 25,59) - 41,45)^2} \times 0,1664 = 0,48;\ igual\ a\ cero\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,48 + \frac{41,45}{25,59} = 2,10; igual\ a\ 2\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,48}{41,45} = 0,012;\ igual\ a\ 43\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,012 + \frac{1}{25,59} = 0,051; igual\ a\ 3\ minutos\ con\ 2\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{3!} \times \left(\frac{41,45}{25,59}\right)^3 \times \left(\frac{3 \times 25,59}{(3 \times 25,59) - 41,45}\right) \times 0,1664 = 0,51;\ igual\ a\ 51\%$$

4.3.10.3. Modelo M/M/4 para el día viernes

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^3}{3!} + \left(\frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^4}{4!} \times \frac{4 \times 25,59}{(4 \times 25,59) - 41,45}\right)}$$

$$P_o = 0,2058; igual\ a\ 20,58\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{41,45}{25,59}\right)^4 \times 41,45 \times 25,59}{(4-1)!\,((4 \times 25,59) - 41,45)^2} \times 0,2058 = 0,37;\ igual\ a\ cero\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,37 + \frac{41,45}{25,59} = 1,99; igual\ a\ 2\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,37}{41,45} = 0,009;\ igual\ a\ 32\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,009 + \frac{1}{25,59} = 0,048; igual\ a\ 2\ minutos\ con\ 53\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{4!} \times \left(\frac{41,45}{25,59}\right)^4 \times \left(\frac{4 \times 25,59}{(4 \times 25,59) - 41,45}\right) \times 0,2058 = 0,56;\ igual\ a\ 33\%$$

4.3.10.4. Análisis de los resultados obtenidos para el día viernes

La Tabla 21, presenta los resultados de aplicar las diferentes ecuaciones matemáticas del estudio de colas, para poder identificar el estado actual del tiempo de servicio en banco del Austro del centro comercial el condado en la ciudad de Quito, en el área de ventanilla, para los días viernes la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por ser atendido es del 72 % actualmente con el sistema de dos canales, con un tiempo promedio de espera de 4 minutos con 12 segundos.

Tabla 21

Resultados del estudio de colas con un solo canal y múltiples canales del día viernes.

INDICADORES ⇩ ⇨ ***MODELOS***	***M/M/1***	***M/M/2***	***M/M/3***	***M/M/4***
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	-61,96%	11,74%	16,64%	20,58%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.	8 usuarios	3 usuarios	No hay usuario	No hay usuario
Cantidad promedio de unidades en el sistema.	9 usuarios	5 usuarios	2 usuarios	2 usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.	12 minutos con 17 segundos	4 minutos con 59 segundos	43 segundos	32 segundos
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.	14 minutos con 36 segundos	9 minutos con 5 segundos	3 minutos con 2 segundos	2 minutos con 53 segundos
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.	162%	81%	51%	33%

*Nota**:** resultados obtenidos al aplicar el método M/M/1 y el método M/M/K de teoría de colas para el día viernes.*
Fuente: Elaboración propia

4.3.11. Aplicación del modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día sábado

Tabla 22
Tasa de llegada y servicio del día sábado.

Día	***Llegadas*** $\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{C/h})$	***Servicio*** $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{C/h})$
Sábado	29,67	21,67

Fuente: Elaboración propia

4.3.11.1. Modelo M/M/1 para el día sábado

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_O = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$
$$P_O = 1 - \frac{29{,}67}{21{,}67} = -0{,}3695\ igual\ a - 36{,}95\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{29{,}67^2}{21{,}67 \times (21{,}67 - 29{,}67)} = -5{,}08;\ igual\ a\ 5\ ususarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = -5{,}08 + \frac{29{,}67}{21{,}67} = -6{,}25;\ igual\ a\ 6\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{-5{,}08}{29{,}67} = -0{,}17\ es\ igual\ a\ 10\ minutos\ con\ 16\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = -0{,}17 + \frac{1}{21{,}67} = 0{,}22;\ igual\ a\ 13\ minutos\ con\ 2\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_w = \frac{29{,}67}{21{,}67} = 1{,}37;\ es\ igual\ a\ 137\%$$

4.3.12. Aplicación del modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para el día sábado

Al realizar la investigación de operación para un análisis global, y deducir cuántos canales satisfacen la cantidad de personas que requieren el servicio, se procederá a los cálculos correspondientes con el promedio general de todas las muestras de los días sábados de la tasa de servicio y la tasa de llegada, para M/M/2, M/M/3 y M/M/4 canales de atención.

4.3.12.1. Modelo M/M/2 para el día sábado.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^1}{1!} + \left(\frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^2}{2!} \times \frac{2 \times 21,67}{(2 \times 21,67) - 29,67}\right)}$$

$$P_o = 0,2302; \textit{igual a el } 23,02\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^2 29,67 \times 21,67}{(2-1)!\,((2 \times 21,67) - 29,67)^2} \times 0,2302 = 1,49;\ \textit{igual a } 1 \textit{ usuario}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 1,49 + \frac{29,67}{21,67} = 2,86;\ \textit{igual a } 3 \textit{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{1,49}{29,67} = 0,05;\ \textit{igual a } 3 \textit{ minutos}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,05 + \frac{1}{21,67} = 0,096;\ \textit{igual a } 5 \textit{ minutos con } 41 \textit{ segundos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{2!} \times \left(\frac{29,67}{21,67}\right)^2 \times \left(\frac{2 \times 21,67}{(2 \times 21,67) - 29,67}\right) \times 0,2303 = 0,68;\ \textit{igual a } 68\%$$

4.3.12.2. Modelo M/M/3 para el día sábado

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^2}{2!} + \left(\frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^3}{3!} \times \frac{3 \times 21,67}{(3 \times 21,67) - 29,67}\right)}$$

$$P_o = 0,3231; igual\ a\ 32,21\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^3 \times 29,67 \times 21,67}{(3-1)!\,((3 \times 21,67) - 29,67)^2} \times 0,3231 = 0,21;\ igual\ a\ cero\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,21 + \frac{29,67}{21,67} = 1,58;\ igual\ a\ 2\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,21}{29,67} = 0,007;\ igual\ a\ 25\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,007 + \frac{1}{21,67} = 0,053;\ igual\ a\ 3\ minutos\ con\ 12\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{3!} \times \left(\frac{29,67}{21,67}\right)^3 \times \left(\frac{3 \times 21,67}{(3 \times 21,67) - 29,67}\right) \times 0,3231 = 0,51;\ igual\ a\ 51\%$$

4.3.12.3. Modelo M/M/4 para el día sábado

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^3}{3!} + \left(\frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^4}{4!} \times \frac{4 \times 21,67}{(4 \times 21,67) - 29,67}\right)}$$

$$P_o = 0,333; igual\ a\ 33,33\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{29,67}{21,67}\right)^4 \times 29,67 \times 21,67}{(4-1)!\,((4 \times 21,67) - 29,67)^2} \times 0,3333 = 0,08;\ igual\ a\ cero\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0,08 + \frac{29,67}{21,67} = 1,45;\ igual\ a\ 1\ usuario$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,08}{29,67} = 0,003;\ igual\ a\ 10\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0,003 + \frac{1}{21,67} = 0,049;\ igual\ a\ 2\ minutos\ con\ 56\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{4!} \times \left(\frac{29,67}{21,67}\right)^4 \times \left(\frac{4 \times 21,67}{(4 \times 21,67) - 29,67}\right) \times 0,3333 = 0,15;\ igual\ a\ 15\%$$

4.3.12.3. Análisis de los resultados obtenidos para el día sábado

La Tabla 23, presenta los resultados de aplicar las diferentes ecuaciones matemáticas del estudio de colas, para poder identificar el estado actual del tiempo de servicio en banco del

Austro del centro comercial el condado en la ciudad de Quito, en el área de ventanilla, para los días sábados la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por ser atendido es del 68 % actualmente con el sistema de dos canales, con un tiempo promedio de espera de 2 minutos con 52 segundos.

Tabla 23
Resultados del estudio de colas con un solo canal y múltiples canales del día sábado.

INDICADORES ⇩ ⇨ ***MODELOS***	***M/M/1***	***M/M/2***	***M/M/3***	***M/M/4***
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	-36,95%	23,02%	32,31%	33,33%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.	5 usuarios	1 usuario	No hay usuarios	No hay usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema.	6 usuarios	3 usuarios	2 usuarios	1 usuario
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.	10 minutos con 12 segundos	2 minutos con 52 segundos	26 segundos	10 segundos
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.	13 minutos con 2 segundos	5 minutos con 47 segundos	3 minutos con 12 segundos	2 minutos con 56 segundos
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.	137%	68%	51%	15%

Nota: resultados obtenidos al aplicar el método M/M/1 y el método M/M/K de teoría de colas para el día sábado.
Fuente: Elaboración propia

4.3.13. Cálculo del estudio de colas para fechas con mayor afluencia de usuarios al banco

Mediante las observaciones realizadas IN SIT, se identificó fechas especiales en las que el banco cuenta con mayor afluencia de personas, correspondientes a fines e inicios de mes y quincenas, donde se puede notar un mayor número de personas que esperan por el servicio, por tanto, se procederá a realizar el estudio de investigación para esta temporada.

En la presente tabla se presenta la tasa de llegada y de servicio correspondientes a los días del mes del 1 al 3, del 14 al 16, y fines de mes del 29 al 31, obteniendo una tasa de llegada y de servicio que se presenta en la tabla 24.

Tabla 24
Tasa de llegada y servicio de temporadas.

Temporadas	**Tasa de llegada de temporada**	**Tasa de servicio de temporada**
Del 1 al 3, del 14 al 16 y del 29 al 31 de cada mes	57,93	25,91

Fuente: Elaboración propia

4.3.13.1. Modelo M/M/1 para días con mayor afluencia de usuarios

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_O = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$
$$P_O = 1 - \frac{57{,}93}{25.91} = -1,235, es\ igual\ a\ \text{-123,5\%}$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$L_q = \frac{57{,}93^2}{25{,}91 \times (25{,}91 - 57{,}93)} = -12{,}63;\ igual\ a\ 13\ ususarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$
$$L = -12{,}63 + \frac{57{,}93}{25{,}91} = 14{,}37;\ es\ igual\ a\ 14\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$
$$W_q = \frac{-12{,}63}{57{,}93} = -0{,}22;\ igual\ a\ 13\ minutos\ con\ 5\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = -0{,}22 + \frac{1}{25{,}93} = 0{,}26;\ igual\ a\ 15\ minutos\ con\ 24\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_w = \frac{57{,}93}{25{,}91} = 2{,}24\ es\ igual\ a\ 224\%$$

4.3.14. Aplicación del modelo de múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial para días con mayor afluencia de usuarios

Para proceder a realizar la investigación de operación para un análisis global, y deducir cuántos canales satisfacen la cantidad de personas que requieren el servicio, se procederá a los cálculos correspondientes con el promedio general de todas las muestras de las fechas correspondientes a temporadas, de esta manera se obtuvo la tasa de servicio y la tasa de llegada, para M/M/2, M/M/3 y M/M/4 canales de atención.

4.3.14.1. Modelo M/M/2 para días con mayor afluencia de usuarios

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^1}{1!} + \left(\frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^2}{2!} \times \frac{2 \times 25{,}91}{(2 \times 25{,}91) - 57{,}93}\right)}$$

$$P_o = 0{,}0556; igual\ a\ el\ 5{,}56\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^2 \times 57{,}93 \times 25{,}91}{(2-1)!\,((2 \times 25{,}91) - 57{,}93)^2} \times 0{,}0556 = 11{,}20;\ igual\ a\ 11\ usuarios$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 11{,}20 + \frac{57{,}93}{25{,}91} = 13{,}44;\ igual\ a\ 13\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{11{,}20}{57{,}93} = 0{,}19;\ igual\ a\ 11\ minutos\ con\ 24\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}19 + \frac{1}{25{,}91} = 0{,}23;\ igual\ a\ 13\ minutos\ con\ 36\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{2!} \times \left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^2 \times \left(\frac{2 \times 25{,}91}{(2 \times 25{,}91) - 57{,}93}\right) \times 0{,}0556 = 1{,}18;\ igual\ a\ 118\%$$

4.3.14.2. Modelo M/M/3 para días con mayor afluencia de usuarios

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^2}{2!} + \left(\frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^3}{3!} \times \frac{3 \times 25{,}91}{(3 \times 25{,}91) - 57{,}93}\right)}$$

$$P_o = 0{,}0831; igual\ a\ 8{,}31\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^3 \times 57{,}93 \times 25{,}91}{(3-1)!\,((3 \times 25{,}91) - 57{,}93)^2} \times 0{,}0767 = 1{,}27\ es\ igual\ a\ 1\ \ usuario$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 1{,}27 + \frac{57{,}93}{25{,}91} = 3{,}51;\ igual\ a\ 4\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{1{,}27}{57{,}93} = 0{,}02;\ igual\ a\ 1\ minuto\ con\ 12\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}02 + \frac{1}{25{,}91} = 0{,}06\ es\ igual\ a\ 3\ minutos\ con\ 36\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{3!} \times \left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^3 \times \left(\frac{3 \times 25{,}91}{(3 \times 25{,}91) - 57{,}93}\right) \times 0{,}0831 = 1{,}08, igual\ a\ 108\%$$

4.3.14.3. Modelo M/M/4 para días con mayor afluencia de usuarios

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^n}{n!} + \frac{(\frac{\lambda}{\mu})^K}{k!} \times \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$

$$P_o = \frac{1}{\frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^3}{3!} + \left(\frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^4}{4!} \times \frac{4 \times 25{,}91}{(4 \times 25{,}91) - 57{,}93}\right)}$$

$$P_o = 0{,}0885; igual\ a\ 8{,}85\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda\mu}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} \times P_o$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^4 \times 57{,}93 \times 25{,}91}{(4-1)!\,((4 \times 25{,}91) - 57{,}93)^2} \times 0{,}0885 = 0{,}33;\ igual\ cero\ usuario$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema.

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = 0{,}33 + \frac{57{,}93}{25{,}91} = 2{,}56;\ igual\ a\ 3\ usuarios$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0{,}33}{57{,}93} = 0{,}01;\ igual\ 36\ segundos$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = 0{,}01 + \frac{1}{25{,}91} = 0{,}04;\ igual\ a\ 2\ minutos\ con\ 24\ segundos$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.

$$P_w = \frac{1}{k!} \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \times \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) \times P_o$$

$$P_w = \frac{1}{4!} \times \left(\frac{57{,}93}{25{,}91}\right)^4 \times \left(\frac{4 \times 25{,}91}{(4 \times 25{,}91) - 57{,}93}\right) \times 0{,}0885 = 0{,}95, igual\ a\ 95\%$$

4.3.12.3. Análisis de los resultados obtenidos en días con mayor afluencia de usuarios

La Tabla 25, se puede observar los resultado obtenidos al aplicar los modelos de teoría de colas para los días con mayor afluencia de usuarios a la institución financiera, como en quincenas y fin de mes, donde se puede observar que la probabilidad de que un cliente que llega tenga que esperar por ser atendido es del 118 % actualmente con el sistema de dos canales, una probabilidad mucho mayor a días comunes del mes, con un tiempo promedio de espera de 11 minutos con 24 segundos, que de la misma manera refleja su incremento en comparación al cálculo para el promedio de los días de la semana.

Tabla 25
Resultados del estudio de colas con un solo canal y múltiples canales del día sábado.

INDICADORES* ⇩ ⇨ *MODELOS	***M/M/1***	***M/M/2***	***M/M/3***	***M/M/4***
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	-124%	5,56%	8,31%	8,85%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.	13 usuarios	11 usuarios	1 usuarios	No hay usuario
Cantidad promedio de unidades en el sistema.	14 usuarios	13 usuarios	4 usuarios	3 usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.	4 minutos con 12 segundos	11 minutos con 24 segundos	1 minuto con 48 segundos	36 segundos
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.	6 minutos con 36 segundos	13 minutos con 48 segundos	4 minutos con 12 segundos	2 minutos con 24 segundos

Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.	224%	118%	108%	95%

Nota: resultados obtenidos al aplicar el método M/M/1 y el método M/M/K de teoría de colas para las fechas con mayor afluencia de usuarios.
Fuente: Elaboración propia

4.4.Resultado general de los modelos de teoría de colas.

Tabla 26

Resumen general de los modelos de línea de espera

		Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.	**Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.**	**Cantidad promedio de unidades en el sistema.**	**Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.**	**Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.**	**Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio.**
LUNES	***M/M/1***	77,28%	9 usuarios	10 usuarios	10 minutos con 48 segundos	13 minutos con 12 segundos	177%
	M/M/2	6,41%	7 usuarios	9 usuarios	8 minutos con 40 segundos	10 minutos con 53 segundos	88,64%
	M/M/3	12,68%	1 usuario	4 usuarios	46 segundos	3 minutos	58%
	M/M/4	15,57%	No hay clientes	3 usuarios	14 segundos	2 minutos con 27 segundos	39%
MARTES	***M/M/1***	-73,58%	8 usuarios	9 usuarios	12 minutos	14 minutos con 17 segundos	174%
	M/M/2	7,61%	6 usuarios	8 usuarios	8 minutos con 12 segundos	10 minutos con 7 segundos	81%
	M/M/3	13,55%	1 usuario	4 usuarios	1 minuto y 12 segundos	3 minutos y 29 segundos	56%
	M/M/4	16,68%	No hay usuarios	2 usuarios	15 segundos	2 minutos con 44 segundos	37%
MIERCOLES	***M/M/1***	-67,59%	8 usuarios	9 usuarios	12 minutos con 34 segundos	15 minutos con 6 segundos	168%
	M/M/2	9,67%	4 usuarios	6 usuarios	6 minutos con 33 segundos	9 minutos con 5 segundos	84%
	M/M/3	15,07%	1 usuario	4 usuarios	1 minuto con 12 segundos	3 minutos	54%
	M/M/4	18,65%	No hay usuario	2 usuarios	14 segundos	2 minutos con 46 segundos	33%
JUEVES	***M/M/1***	-74,98%	8 usuarios	9 usuarios	12 minutos	14 minutos con 41 segundos	175%
	M/M/2	7,15%	6 usuarios	8 usuarios	9 minutos con 4 segundos	11 minutos con 39 segundos	87%
	M/M/3	13,22%	1 usuario	2 usuarios	1 minuto con 2 segundos	3 minutos con 36 segundos	57%

	M/M/4	16,25%	No hay usuarios	2 usuarios	14 segundos	2 minutos con 51 segundos	38%
VIERNES	***M/M/1***	-61,96%	8 usuarios	9 usuarios	12 minutos con 17 segundos	14 minutos con 36 segundos	162%
	M/M/2	11,74%	3 usuarios	5 usuarios	4 minutos con 59 segundos	9 minutos con 5 segundos	81%
	M/M/3	16,64%	No hay usuario	2 usuarios	43 segundos	3 minutos con 2 segundos	51%
	M/M/4	20,58%	No hay usuario	2 usuarios	32 segundos	2 minutos con 53 segundos	33%
SÁBADO	***M/M/1***	-36,95%	5 usuarios	6 usuarios	10 minutos con 12 segundos	13 minutos con 2 segundos	137%
	M/M/2	23,02%	1 usuario	3 usuarios	2 minutos con 52 segundos	5 minutos con 47 segundos	68%
	M/M/3	32,31%	No hay usuarios	2 usuarios	26 segundos	3 minutos con 12 segundos	51%
	M/M/4	33,33%	No hay usuarios	1 usuario	10 segundos	2 minutos con 56 segundos	15%
TEMPORADA	***M/M/1***	-124%	13 usuarios	14 usuarios	4 minutos con 12 segundos	6 minutos con 36 segundos	224%
	M/M/2	5,56%	11 usuarios	13 usuarios	11 minutos con 24 segundos	13 minutos con 48 segundos	118%
	M/M/3	8,31%	1 usuarios	4 usuarios	1 minuto con 48 segundos	4 minutos con 12 segundos	108%
	M/M/4	8,85%	No hay usuario	3 usuarios	36 segundos	2 minutos con 24 segundos	95%

Nota: La presente tabla muestra un resumen de los valores obtenidos tras la aplicación de los diferentes modelos de línea de espera
Fuente: Elaboración propia

Análisis general: En la tabla 26 se puede ver los datos globales de los resultados obtenidos en los indicadores de los diferentes modelos de línea de espera, identificando a los días lunes como el día con mayor usuarios en las instalaciones, con un tiempo promedio en el sistema de 10 minutos con 53 segundos, al comparar con los días de mayor afluencia a situados desde el 1 al 3 de cada mes, del 14 al 16 de cada mes y del 29 al 30 o 31 de cada mes, se puede comprobar el incremento del tiempo que pasa una unidad en el sistema a un promedio total de 13 minutos con 48 segundos, por lo tanto incrementa la probabilidad de espera de 88,64% a más del 100% con un total de 118%, es decir que en estos días el cliente quiera o no debe esperar, se compara con el día que existe mayor flujo de personas ya que los demás días de martes a sábado llegan en menor cantidad los usuarios a las instalaciones, sin embargo, los días jueves presentan similitud de resultados al día lunes.

4.5.Resultados de la investigación

Tras indagar en diferentes fuentes bibliográficas y realizar una recolección de datos in situ, con la ayuda de herramientas como entrevistas, encuestas e inspección de campo, se determinó que para el individuo que aguardar en una fila de espera en las instalaciones bancaria es una vivencia que se considera como molesta, especialmente si se tiene que esperar de pie, aunque no estuviese en condiciones de calor o frío, el resultado es similar ya que de igual forma puede llegar a causar estrés, cansancio, o fastidio, esto como resultado de las extensas colas que se generan en especial en temporadas como es quincenas o fin de mes donde es bastante legible los periodos largos de espera, aumentando de tener que esperar menos de 15 minutos a esperar más de 45 minutos en algunos casos, esto debido a que incrementa la tasa de llegada y se mantiene la tasa de servicio ya que los canales siguen siendo dos, lo cual resultan irritante para las personas que terminan por abandonar la fila de espera, y buscan instituciones financieras con mayor eficiencia, dando como resultado la pérdida de clientes. Esta situación que afecta la eficiencia de la institución se logrará gestionar en forma eficiente utilizando la Teoría de Colas, a través de la gestión del flujo y la calidad del servicio, a través de un análisis económico de la línea de espera, mismo que se realizará en la propuesta de la investigación.

CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- Mediante la aplicación de técnicas de recolección de datos como fue la encuesta, observación in situ, y la entrevista se logró recolectar información sobre la eficiencia del estado actual del servicio al cliente en el área de ventanilla, mismo que se puede observar tras la aplicación de las encuestas donde se comprobó que el 31,3% de los usuarios encuestados no están satisfechos con el servicio, lo que dio paso a la investigación operativa aplicando un estudio de colas.

- Mediante la aplicación de la investigación operativa a través de un estudio de teoría de colas se analizó el sistema de la línea de espera del banco, determinando que existe un tiempo promedio de espera de los clientes en días normales de 6 minutos con 45 segundos de lunes a sábado mientras que en días picos donde existe mayor acumulación de usuarios por fin de mes, inicio de mes o quincenas, este tiempo aumenta a 11 minutos con 10 segundos en promedio, aumentando de igual forma la probabilidad de que tenga que esperar para ser atendidos de 82% al 118%, es decir que todo cliente que llega en días de temporada, tendrá que esperar para poder ser atendido, en el resultado tras la encuesta que se realizó hay un porcentaje del 74,8 % dijeron que sí deben esperar por el servicio y un porcentaje del 9,2% manifestaron que esperan tras la fila más de 45 minutos, comprobando tras la observación de campo que este tiempo representa a días donde hay mayor usuarios que asisten a las instalaciones.
- Se realizó un análisis económico de las líneas de espera para determinar si es necesario el incremento de un servidor más en fechas de mayores afluencias de usuarios al banco, dando como resultado que es necesario habilitar una ventanilla más de atención ya que incrementa la tasa de llegada, debido a que el usuario acude a realizar más proceso de los habituales como es el pago de seguros, pagos o cobros de quincenas o salarios mensuales, pagos de tarjetas de créditos, etc., así también se detectó problemas especialmente los días lunes entendiendo como inicio de semana, dónde también fuese necesario el incremento de un tercer servidor.

5.2. Recomendaciones

- Para disminuir el error en la toma de datos de la tasa de llegadas y la tasa de servicio, se pueden emplear métodos modernos como es la adecuación de sensores que cuantifiquen el número de llegadas y el número de salidas del área de ventanillas, con la finalidad de mantener una evaluación constante de los tiempos de espera y atención al cliente.
- Capacitar al personal de ventanilla en eficiencia de atención al cliente, para disminuir el tiempo de servicio, de esta forma aportar al aumento de la eficiencia del proceso.
- En fechas picos, o temporadas donde existe más usuarios que asisten a la institución financiera, se recomienda, la rotación del personal de otra área como al área de ventanilla para aumentar un canal, sin incrementar costos y minimizar el tiempo de espera de los usuarios en esta área.

CAPÍTULO VI PROPUESTA

6.1. Objetivo

Incrementar estrategias para disminuir el tiempo de espera de los usuarios en ventanillas del Banco del Austro del centro comercial "El Condado" de la ciudad de Quito.

6.2.Justificación

Mediante la investigación de operaciones al aplicar el estudio de colas con el método de un solo canal M/M/1 y el método de múltiples canales M/M/K, los cuales son métodos probabilísticos con llegadas de Poisson y tiempos de llegada exponencial, en el área de ventanilla de la institución, se llegó a la conclusión que el sistema tiene ineficiencias en el área de ventanillas generalmente los días de mayor afluencia de usuarios que son los días lunes, y en especial en quincenas y fin de mes donde se realizan mayor tramites de pagos, retiros, pagos de tarjetas de crédito, etc., producto de esta problemática genera inconformidad en los clientes y en ocasiones terminan por abandonar la fila de espera, dando como resultado la pérdida de clientes.

6.3.Estrategias de mejoras

Fomentar el uso de las herramientas tecnológicas con las que cuenta la institución financiera, como es el uso de la Banca web y la banca móvil, a través de la creación de manual de proceso para realizar las diferentes operaciones en dichas herramientas, acompañar los manuales con videos lo suficientemente prácticos para que personas que no tienen dominio de la plataforma pueda entender con facilidad, e introducir proceso para realizar diferentes trámites que se puede realizar desde estas plataformas, para ayudar a la educación del manejo de las nuevas tecnologías a los clientes.

6.4. Análisis económico de la línea de espera

Para el análisis de la economía de la línea de espera se consideró es costo de operación de la línea del servicio de la institución financiera, es decir el sueldo total de una servidora del área de ventanilla.

Para el cálculo del costo total de la línea de espera es igual al costo de espera más el consto del servicio.

$$\boldsymbol{TC = C_w L + C_S k}$$

$\boldsymbol{C_w}$: Costo de espera por periodo de tiempo de cada unidad

$\boldsymbol{L}$: Número promedio de unidades en el sistema

$\boldsymbol{C_S}$: Costo de servicio por periodo de tiempo de cada canal

$\boldsymbol{k}$: Número de canales

$\boldsymbol{TC}$: Costo total por periodo de tiempo

6.4.1. Costo de espera por periodo de tiempo de cada unidad

Este costo hace referencia a la pérdida económica del cliente, trasformando valor por hora del tiempo de espera más el que emplea en la línea de espera, cabe recalcar que es un costo indirecto para la empresa, pero sí es necesario considerar dicho valor debido a las colas que se generan por temporadas.

Por lo tanto, los cargos financieros en promedio de un cliente en el banco son de, $ 20,34 cargos financieros a clientes, recargos financieros por pagos a terceros $ 0,57, servicios financieros diferidos con un promedio de $10, dando como resultado un promedio general de $ 10,30.

El número de clientes que abandona la línea de espera cuando se generan extensas líneas de espera es de 6 personas en promedio al día, según la observación de campo que se realizó del 31 de marzo hasta el 17 de julio del 2021, en días normales se considera dos personas por día.

Obteniendo que;

El número de clientes por hora que abandona la línea de espera es de 0,75 usuarios por hora.

$$C_w = Número\ de\ clientes\ que\ se\ retiran\ de\ la\ cola\ \times Costo\ promedio\ de\ trámites\ en\ ventanilla$$

$$C_w = 0{,}25\frac{c}{h} \times \$10{,}30 = \$2{,}53\ días\ normales$$

$$C_w = 0{,}75\frac{c}{h} \times \$10{,}30 = \$7{,}73\ en\ temporada$$

6.4.2. Costo del servicio por periodo de tiempo de cada canal

Este costo hace referencia al costo que genera la empresa al mantener un servidor del banco, es decir el salario de las o los servidores del banco, ya que hacemos referencia a personas, para ello se debe considerar el costo total que se genera, considerando, horas extras, pagos al IEESS, etc.

Por medio de la entrevista realizada una de las servidoras del banco donde manifestó que por lo general el sueldo es de $680, véase en el Anexo 06, para el cálculo por hora se debe considerar que las servidoras trabajan de lunes a sábado, con un total de 208 horas.

Entonces tendremos un costo de servicio por periodo de tiempo de cada canal de:

$$C_s = \frac{680\$}{208\ horas} = \$\ 3{,}27$$

Con estos valores se procedió a calcular el costo total de la línea de espera en un periodo determinado de tiempo.

6.4.3. Costo de la línea de espera.

Lunes K= 2

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 8{,}69) + (\$3{,}27 \times 2) = \$28{,}53$$

Lunes K=3

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 3{,}89) + (\$3{,}27 \times 3) = \$19{,}65$$

Lunes K=4

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 1{,}96) + (\$3{,}27 \times 4) = \$18{,}04$$

Análisis: El costo de la línea de espera para los días lunes es de $28,53 con dos canales, mientras que con tres canales se reduce a $19,65, no se recomienda el incremento de un cuarto canal ya que se reduce en un porcentaje mínimo a $18,04, además de tener como resultado un costo elevado por el aumento de un cuarto canal.

Martes K= 2

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 7{,}64) + (\$3{,}27 \times 2) = \$25{,}87$$

Martes K=3

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 3{,}72) + (\$3{,}27 \times 3) = \$19{,}22$$

Martes K=4

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 1{,}91) + (\$3{,}27 \times 4) = \$17{,}91$$

Análisis: El costo de la línea de espera para los días martes es de $25,87 con dos canales, mientras que con tres canales su costo disminuye a $19,22, no se recomienda el incremento de un cuarto canal ya que se reduce en un porcentaje mínimo a $17,91, además de tener como resultado un costo elevado por el aumento de un cuarto canal.

Miércoles K= 2

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 6{,}01) + (\$3{,}27 \times 2) = \$21{,}75$$

Miércoles K=3

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 3{,}51) + (\$3{,}27 \times 3) = \$18{,}69$$

Miércoles K=4

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 1{,}83) + (\$3{,}27 \times 4) = \$17{,}71$$

Análisis: El costo de la línea de espera para los días miércoles es de $21,75 con dos canales, mientras que con tres canales se reduce a $18,69, no se recomienda el incremento de un cuarto canal ya que se reduce en un porcentaje mínimo a $17,71, además de tener como resultado un costo elevado por el aumento de un cuarto canal.

Jueves K= 2

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 8{,}07) + (\$3{,}27 \times 2) = \$26{,}96$$

Jueves K=3

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 2{,}45) + (\$3{,}27 \times 3) = \$16{,}00$$

Jueves K=4

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 1{,}93) + (\$3{,}27 \times 4) = \$17{,}96$$

Análisis: El costo de la línea de espera para los días jueves es de $26,96 con dos canales, mientras que con tres canales se reduce a $16, no se recomienda el incremento de un cuarto canal ya que se reduce en un porcentaje mínimo a $17,96, además de tener como resultado un costo elevado por el aumento de un cuarto canal.

Viernes K= 2

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 5{,}07) + (\$3{,}27 \times 2) = \$19{,}37$$

Viernes K=3

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 2{,}10) + (\$3{,}27 \times 3) = \$15{,}12$$

Viernes K=4

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 1{,}99) + (\$3{,}27 \times 4) = \$18{,}11$$

Análisis: El costo de la línea de espera para los días viernes es de $19,37 con dos canales, mientras que con tres canales se reduce a $15,12, no se recomienda el incremento de un cuarto canal ya que vuelve a incrementar el costo de la línea de espera en un a $18,11, además de tener como resultado un costo elevado por mantener un cuarto canal.

Sábado K= 2

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 1{,}49) + (\$3{,}27 \times 2) = \$10{,}31$$

Sábado K=3

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 0{,}21) + (\$3{,}27 \times 3) = \$10{,}34$$

Sábado K=4

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$2{,}53 \times 0{,}08) + (\$3{,}27 \times 3) = \$13{,}28$$

Análisis: El costo de la línea de espera para los días sábados es de $10,31 con dos canales, no se recomienda el incremento de más canales ya que se incrementa el costo de espera en vez de reducir.

Días de temporada K= 2

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$7{,}73 \times 13{,}44) + (\$3{,}27 \times 2) = \$110{,}43$$

Días de temporada K=3

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$7{,}73 \times 3{,}51) + (\$3{,}27 \times 3) = \$36{,}94$$

Días de temporada K=4

$$TC = C_W L + C_S k$$

$$TC = (\$7{,}73 \times 2{,}56) + (\$3{,}27 \times 4) = \$32{,}87$$

Análisis: El costo de la línea de espera para los días con mayor afluencia de usuarios, situados desde el 1 de cada mes al 3, del 14 al 16 y del 29 al 30 o 31 de cada mes, dando como resultado $110,43 con dos canales, mientras que con tres canales se reduce a $36,94, no se recomienda el incremento de un cuarto canal ya que se reduce en un porcentaje mínimo a $32,87, además de tener como resultado un costo elevado por el aumento de un cuarto canal.

6.5. Conclusión

Mediante el cálculo del costos de la línea de espera se logró determina que el sistema actual para los días lunes hasta el día viernes se puede concluir que se reduce en cantidades mínimas el costo de línea de espera con un tercer canal o servidor, los días sábados no se recomienda el incremento de un tercer servidor ya que incrementa el costo en vez de reducir, esto se debe a que los costos de espera son mayores al costo de servicio en la institución financiera, sin embargo el estudio demuestra que existen días picos en el mes, donde existe mayor afluencia de usuarios a la instalaciones, aumentando notablemente dicho costo a $110,43, un valor representativo que se buscó disminuir con el incremento de un tercer canal, especialmente en dichas fechas, para logar una disminución de $73,48, obteniendo un costo de línea de espera de $36,94. En el estudio económico se evaluó el costo de espera con el aumento de un 4 servidor, sin embargo, no es recomendable el incremento ya que se va a tener un alto costo por mantener un cuarto canal, y sus resultados son similares a tener tres canales.

Se sugiere el incremento de un tercer canal de atención poniendo en consideración la rotación del personal de otros puestos de trabajos u otras sucursales con menor afluencia de personal, por tanto, se puede tomar personal de otras áreas para el apoyo en días de mayor afluencia, para lograr reducir el número de personas que deben esperar por el servicio, y de esta forma abaratar cotos de línea de espera.

7. Bibliografía y anexos

7.1. Bibliografía.

Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., Camm, J., & Martin, K. (2012). *Métodos cuantitativos para negocios.* México: Cengage Lear ning.

Gonzáles, D. (2016). *Modelos de líneas de espera.* La Plata: Facultad de ciencias económicas y sociales.

ISO. (12 de 02 de 2015). *Online Browsing Platform (OBP).* Obtenido de Online Browsing Platform (OBP): https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:9000:ed-4:v1:es

Krajewski, L. J. (2011). *Administración de operaciones Procesos y cadena de valor.* México: Pearson Educación.

MARCOS SINGER, P. D.-W. (2008). UNA INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE COLAS APLICADA A LA GESTIÓN DE SERVICIOS. *ABANTE*, 28.

PAGUAY, L. (13 de 02 de 2020). *Repositorio Digital UNACH.* Obtenido de Repositorio Digital UNACH: http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/6419

Peláez, F. J. (2011). Aplicaciones de la Teoría de Colas a la provisión óptima de servicios sociales. *Estudios de economía aplicada*.

Sandra Gutiérrez, D. R. (2009). Optimización del sistema hospitalario ecuatoriano: Estudio,modelización, simulación y minimización de tiempos de espera. *Revista Politécnica*, 8.

TAHA, H. A. (2021). *Investigación de Operaciones.* México: PEARSON EDUCACIÓN.

7.2.Anexos.

Anexo 01. Situación actual del área de ventanillas del banco del Austro.

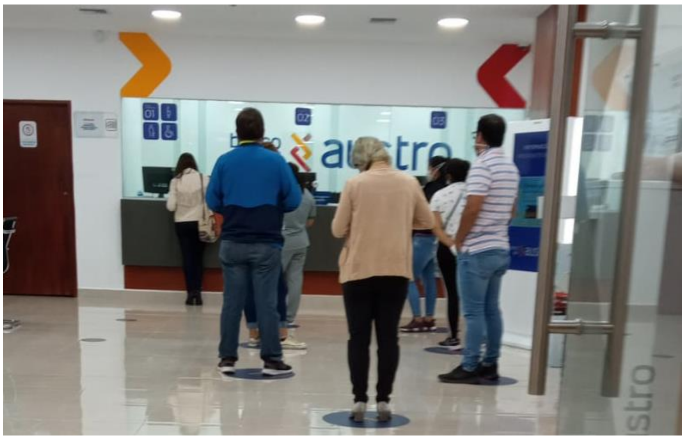


Figura 15. Formación de filas en el Banco del Austro del centro comercial "El condado".

Figura 16 Líneas de espera en temporadas

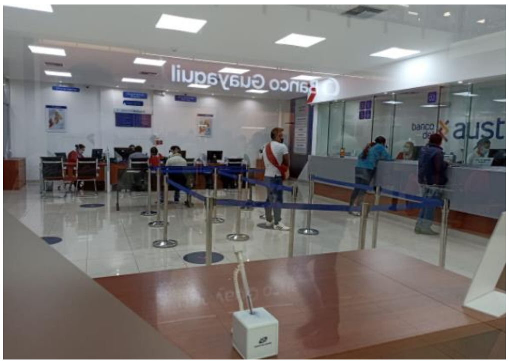


Figura 17 líneas de espera en días normales

Anexo 02. Validación de encuesta.

VALIDACION DE LA ENCUENTA	Nombre del Experto Dr. Wilmer Garcia			fecha: 08/09/2021		
Pregunta 3 .- ¿Cuándo usted acude al banco tardan en dar respuestas a su requerimiento?						
a) Si b) No						
Indique su grado de acuerdo, frente a las siguientes afirmaciones:(1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
- La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al+D8:D13 nivel de información y lenguaje del encuestado)					X	
- Las opciones de respuesta son adecuadas					X	
- Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico					X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
- Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Determinar el estado actual del sistema de atención al cliente a través de un estudio de teoría de colas en Banco del Austro del centro comercial "El Condado" de la ciudad de Quito para proponer soluciones de mejora en tiempos de					X	
- Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 1 de la investigación** Determinar la eficiencia del estado actual del servicio al cliente a través de la aplicación de técnicas de recolección de datos.					X	
- Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 2 de la investigación** Analizar el sistema de la line de espera del banco a través de un estudio de teoría de colas.					X	
- Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación** Recomendar propuestas que mejoren el nivel de satisfacción del servicio de la institución.					X	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.°___:
Motivos por los que se considera no adecuada
Motivos por los que se considera no pertinente
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)

Figura 18 Matriz de validación de encuesta

Anexo 03. Aplicación de encuesta

Figura 19. Aplicación de encuesta primer etapa

Figura 20.. Aplicación de encuesta

Figura 21 Segundo día de encuesta

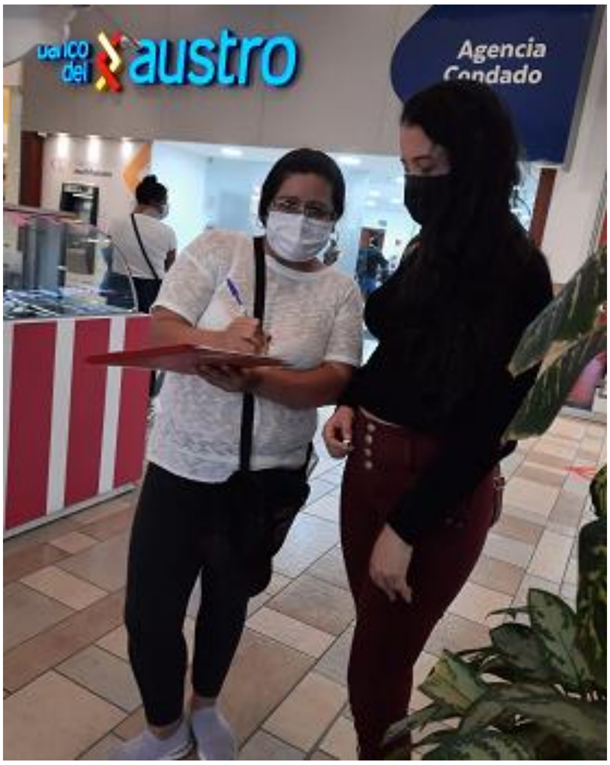


Figura 22. Aplicación de encuesta primer etapa

Figura 23 Aplicación de encuesta primer etapa

Anexo 04. Entrevista a servidora del Banco.

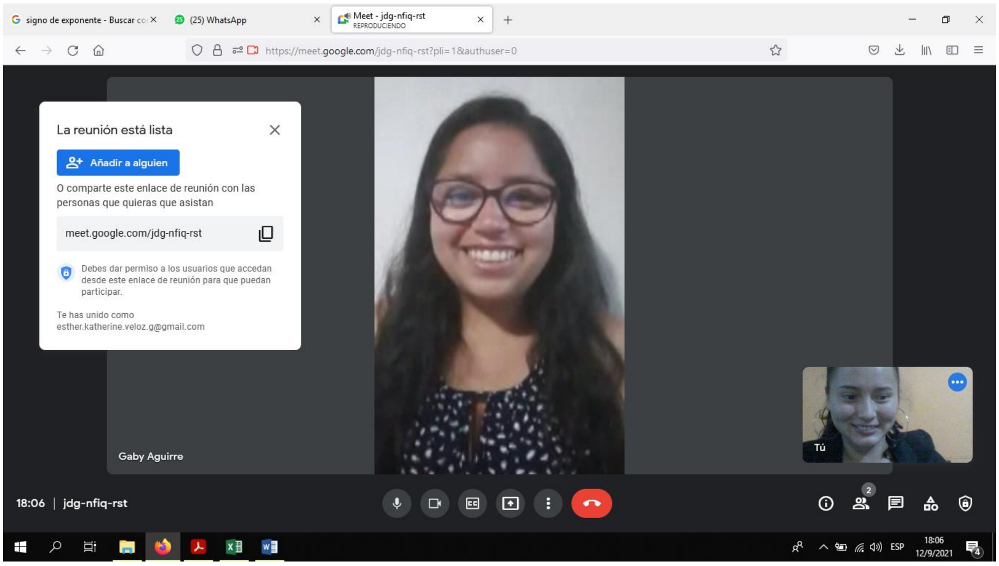


Figura 24. Entrevista a servidora del banco del Austro

Anexo 05. Valores de costos de espera.

SERVICIOS PARA TARJETAS DE CRÉDITO					
No.	SERVICIO GENÉRICO	NOMBRE DEL SERVICIO	CARGO (Dólares)	IVA	TARIFA FINAL
55	Planes de recompensa en tarjetas de crédito (14)	Segmento AA+	$ 54,00	$ 6,48	$ 60,48
		Segmento A+	$ 44,00	$ 5,28	$ 49,28
		Segmento B+	$ 28,00	$ 3,36	$ 31,36
		Segmento C+	$ 23,00	$ 2,76	$ 25,76
		Segmento D+	$ 10,00	$ 1,20	$ 11,20
		Segmento E+	$ 5,00	$ 0,60	$ 5,60
56	Prestaciones en el exterior de tarjetas de crédito (14)	Segmento AA+ y AA	$ 24,00	$ 2,88	$ 26,88
		Segmento A+ y A	$ 20,00	$ 2,40	$ 22,40
		Segmento B+ y B	$ 16,00	$ 1,92	$ 17,92
		Segmento C+ y C	$ 11,00	$ 1,32	$ 12,32
		Segmento D+ y D	$ 7,00	$ 0,84	$ 7,84

Figura 25. Cargos financieros a clientes

SERVICIO	APLICA PARA	TARIFA	IVA	TARIFA FINAL
Recaudaciones aduaneras	Internet	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Banca celular	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Oficina	$ 0,51	$ 0,06	$ 0,57
Recaudaciones IESS	Internet	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Oficina	$ 0,51	$ 0,06	$ 0,57
Recaudación de matriculación vehicular.	Internet	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Banca celular	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Oficina	$ 0,51	$ 0,06	$ 0,57
Recaudaciones municipales	Internet	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Banca celular	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Oficina	$ 0,51	$ 0,06	$ 0,57
Recaudación de servicios básicos (energía eléctrica, agua y teléfono)	Internet	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Banca celular	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Cajeros Automáticos	$ 0,51	$ 0,06	$ 0,57
	Oficina	$ 0,51	$ 0,06	$ 0,57
Recaudaciones tributarias (SRI)	Internet	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Banca celular	$ 0,27	$ 0,03	$ 0,30
	Oficina	$ 0,51	$ 0,06	$ 0,57
Avances de efectivo en el país $0 - $500 tarjeta de crédito	Ventanilla (oficinas propias del Banco del Austro)	$ 8,93	$ 1,07	$ 10,00
Avances de efectivo en el país $501 - $1.000 tarjeta de crédito		$ 26,79	$ 3,21	$ 30,00
Avances de efectivo en el país $1.001 - $2.000 tarjeta de crédito		$ 53,57	$ 6,43	$ 60,00
Avances de efectivo en el país $2.001 - $5.000 tarjeta de crédito		$ 107,14	$ 12,86	$ 120,00
Avances de efectivo en el país mayor a $5.000 tarjeta de crédito		$ 130,50	$ 15,66	$ 146,16

Figura 26. Recaudación de pagos a terceros

Anexo 06. Levantamiento de datos para la tasa de servicio y tasa de llegada

7153	RESULTADO OBTENIDOS IN SITU																		
DÍAS LUNES	31/5/2021		7/6/2021		14/6/2021		21/6/2021		28/6/2021		5/7/2021		12/7/2021		PROMEDIO GENERAL			Tasa de llegada de tempora	Tasa de servicio de tempora
Horario	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos		57,93	25,91
10:00 - 11:00	62	33	38	20	63	24	32	20	32	26	41	23	38	29	43,71	25,00			
11:00 - 12:00	60	30	43	24	58	22	35	26	35	27	43	23	44	30	45,43	26,00			
12:00 - 13:00	63	25	30	25	66	25	40	29	28	28	36	25	46	28	44,14	26,43			
13:00 - 14:00	74	32	40	29	74	28	39	31	20	23	34	24	42	26	46,14	27,57			
14:00 - 15:00	70	30	38	24	83	30	41	27	32	30	48	25	39	28	50,14	27,71			
15:00 - 16:00	82	30	41	26	77	32	43	30	42	22	52	26	41	30	54,00	28,00			
16:00 - 17:00	86	33	39	27	80	30	40	29	34	26	43	27	42	28	52,00	28,57			
TOTAL	497	213	269	175	501	191	270	192	223	182	297	173	292	199	335,57	189,29	47,94	27,04	

DÍAS MARTES	1/6/2021		8/6/2021		15/6/2021		22/6/2021		29/6/2021		6/7/2021		13/7/2021		PROMEDIO GENERAL			7153	
Horario	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos		2043	
10:00 - 11:00	49	26	24	21	54	28	28	19	46	28	26	19	24	20	35,86	23,00			
11:00 - 12:00	59	27	22	21	64	29	23	22	44	26	21	20	21	20	36,29	23,57			
12:00 - 13:00	53	28	25	20	52	26	22	20	55	22	20	19	32	22	37,00	22,43			
13:00 - 14:00	74	32	27	20	72	27	23	19	60	24	26	23	26	22	44,00	23,86			
14:00 - 15:00	82	33	31	27	68	26	30	27	65	20	32	21	28	19	48,00	24,71			
15:00 - 16:00	74	30	28	21	73	32	28	22	67	24	28	27	30	20	46,86	25,14			
16:00 - 17:00	72	36	21	20	63	31	31	24	70	22	23	24	27	21	43,86	25,43			
TOTAL	463	212	178	150	446	199	185	153	407	166	176	153	188	144	291,86	168,14	41,69	24,02	

DÍAS MARTES	1/6/2021		8/6/2021		15/6/2021		22/6/2021		29/6/2021		6/7/2021		13/7/2021		PROMEDIO GENERAL				7153
Horario	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos			2043
10:00 - 11:00	49	26	24	21	54	28	28	19	46	28	26	19	24	20	35,86	23,00			
11:00 - 12:00	59	27	22	21	64	29	23	22	44	26	21	20	21	20	36,29	23,57			
12:00 - 13:00	53	28	25	20	52	26	22	20	55	22	20	19	32	22	37,00	22,43			
13:00 - 14:00	74	32	27	20	72	27	23	19	60	24	26	23	26	22	44,00	23,86			
14:00 - 15:00	82	33	31	27	68	26	30	27	65	20	32	21	28	19	48,00	24,71			
15:00 - 16:00	74	30	28	21	73	32	28	22	67	24	28	27	30	20	46,86	25,14			
16:00 - 17:00	72	36	21	20	63	31	31	24	70	22	23	24	27	21	43,86	25,43			
TOTAL	463	212	178	150	446	199	185	153	407	166	176	153	188	144	291,86	168,14	41,69	24,02	

DÍAS MIERCOLES	2/6/2021		9/6/2021		16/6/2021		23/6/2021		30/6/2021		7/7/2021		14/7/2021		PROMEDIO GENERAL			
Horario	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos		
10:00 - 11:00	58	28	27	18	42	20	29	21	48	22	26	20	38	30	38,29	22,71		
11:00 - 12:00	50	24	25	19	37	23	32	26	38	25	25	22	40	29	35,29	24,00		
12:00 - 13:00	64	28	28	20	42	21	22	20	42	18	23	24	43	22	37,71	21,86		
13:00 - 14:00	74	30	27	22	41	24	17	18	39	19	28	23	37	24	37,57	22,86		
14:00 - 15:00	69	24	32	21	52	30	22	25	52	20	31	30	46	26	43,43	25,14		
15:00 - 16:00	74	24	22	18	48	23	32	22	61	25	30	22	40	24	43,86	22,57		
16:00 - 17:00	79	30	27	22	39	24	27	24	55	33	19	25	45	28	41,57	26,57		
TOTAL	468	188	188	140	301	165	181	156	335	162	182	166	289	183	277,71	165,71	39,67	23,67

DÍAS JUEVES	3/6/2021		10/6/2021		17/6/2021		24/6/2021		1/7/2021		8/7/2021		15/7/2021		PROMEDIO GENERAL			
Horario	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos		
10:00 - 11:00	52	24	28	20	24	20	24	21	62	23	28	21	51	22	38,43	21,57		
11:00 - 12:00	44	20	25	20	33	22	23	20	66	31	26	22	54	24	38,71	22,71		
12:00 - 13:00	51	22	29	24	23	19	20	22	57	24	25	20	62	20	38,14	21,57		
13:00 - 14:00	63	24	25	21	26	20	22	20	69	29	24	23	51	21	40,00	22,57		
14:00 - 15:00	59	23	31	27	28	22	21	24	72	28	35	22	60	23	43,71	24,14		
15:00 - 16:00	71	24	29	30	30	27	23	22	64	20	32	23	63	21	44,57	23,86		
16:00 - 17:00	60	30	22	23	25	23	29	27	59	37	32	20	54	20	40,14	25,71		
TOTAL	400	167	189	165	189	153	162	156	449	192	202	151	395	151	283,71	162,14	40,53	23,16

DÍAS VIERNES	4/6/2021		11/6/2021		18/6/2021		25/6/2021		2/7/2021		9/7/2021		16/7/2021		PROMEDIO GENERAL			
Horario	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos		
10:00 - 11:00	62	24	28	20	29	24	28	22	62	29	23	18	33	21	37,86	22,57		
11:00 - 12:00	59	30	30	24	35	26	22	23	69	32	27	30	34	29	39,43	27,71		
12:00 - 13:00	61	23	24	20	28	23	28	20	57	28	22	19	37	28	36,71	23,00		
13:00 - 14:00	69	25	35	22	25	22	27	21	68	30	29	22	44	30	42,43	24,57		
14:00 - 15:00	70	26	30	26	33	30	30	26	69	27	38	39	38	28	44,00	28,86		
15:00 - 16:00	80	29	20	22	41	34	27	21	82	24	25	24	42	30	45,29	26,29		
16:00 - 17:00	73	26	26	24	36	22	33	30	78	30	27	19	38	32	44,43	26,14		
TOTAL	474	183	193	158	227	181	195	163	485	200	191	171	266	198	290,14	179,14	41,45	25,59

DÍAS SABADO	5/6/2021		12/6/2021		19/6/2021		26/6/2021		3/7/2021		10/7/2021		17/7/2021		PROMEDIO GENERAL			
Horario	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos	N° Llegada	N° Atendidos		
10:00 - 11:00	28	20	32	20	27	20	26	20	68	22	36	28	42	20	37,00	21,43		
11:00 - 12:00	30	22	26	21	30	22	25	21	49	21	32	19	38	22	32,86	21,14		
12:00 - 13:00	32	21	27	23	25	21	32	30	52	20	27	20	23	20	31,14	22,14		
13:00 - 14:00	31	26	26	20	29	21	28	20	60	21	28	25	26	21	32,57	22,00		
14:00 - 15:00	27	22	29	21	32	20	34	21	72	24	30	21	30	20	36,29	21,29		
15:00 - 16:00	33	20	38	20	25	22	37	22	65	26	29	23	38	21	37,86	22,00		
TOTAL	181	131	178	125	168	126	182	134	366	134	182	136	197	124	207,71	130,00	29,67	21,67

Figura 27. Recolección de datos

Anexo 07. Diseño de Encuesta

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INDUSTRIAL

EDAD: **FECHA:**

OBJETIVO: Recolectar información del tiempo de espera y tiempo de servicio de los usuarios del Banco del Austro del centro comercial "El condado" en la ciudad de Quito, para evaluar el estado actual del sistema de ventanillas.

1. **¿El tiempo de servicio en ventanilla del Banco del Austro es satisfactorio para usted?**

a) Si
b) No

2. **¿El servicio que le brinda el banco del Austro en el área de ventanilla le genera confianza?**

a) Si
b) No

3. **¿Cuándo usted acude al banco del Austro al área de ventanilla tardan en dar respuestas a su requerimiento?**

a) Si
b) No

4. **¿Considera usted que la tecnología con la que cuenta el banco, es apropiada?**

c) Si
d) No

5. **¿Al acudir al Banco al área de ventanilla debe esperar para ser atendido?**

a) Si
b) No

6. ¿Qué tiempo en promedio se demora en la fila de espera antes de ser atendido en ventanilla?

a) Menos de 15 min
b) 15 min a 30 min
c) 30 min a 45 min
d) Más de 45 min

7. ¿Cuál considera que es la causa principal para que usted tarde en ser atendido?

a) Poco personal en ventanillas de atención
b) Tiempos extensos de servicio al cliente
c) No existe un control adecuado de la ejecución de las tareas del personal del Banco.
d) El personal del banco no está apto para ejercer sus funciones
e) La tecnología con la que cuenta el banco es obsoleta

8. ¿Qué tiempo en promedio se demora en el servicio de ventanilla mientras está siendo atendido?

a) Menos de 5 min
b) 5 min a 15 min
c) 15 min a 30 min
d) Más de 30 min

9. ¿Estaría dispuesto a utilizar herramientas tecnológicas para agilizar trámites sin asistir al Banco?

a) Si
b) No

FIN DE LA ENCUESTA.

Gracias por su colaboración.

Anexo 08. Diseño de Entrevista

DISEÑO DE ENTREVISTA.

Nombre de la entrevistada: Eco. Gabriela Aguirre **Fecha:** 28/09/2021

1. **¿Cuántos clientes en promedio atiende al día en el área de ventanilla?**

Por lo general es de 200 a 300 clientes al día, sin embargo, los días lunes, fin de mes, inicios de mes y quincenas, aumenta a un promedio de 400 a 500 personas.

2. **¿Cuánto tiempo en promedio se demora una servidora del área de ventanilla en atender a un usuario?**

De 3 a 5 minutos, es promedio porque hay usuarios que realizan trámites más extensos como el pago de tarjetas de créditos demorándose más de 5 minutos dependiendo el caso.

3. **¿Cuánto gana una servidora del área de ventanilla?**

Un promedio de $680, manifestó que esto cubre todos los demás costos como pagos al IEES, horas extras y demás gastos asociados.

4. **¿Cuántas horas al día trabajan en el área de ventanillas?**

Generalmente una servidora del banco del área de ventanilla trabaja de lunes a sábados, de 9 am a 6:00 pm, a excepción de los sábados que se trabajan hasta las 4:00 pm.

5. **¿El banco cuenta con clientes de que tipos, entendiéndose como la clase social, clase baja, media y alta?**

El banco tiene todo tipo de cliente, desde la clase baja hasta el alta, sin embargo, la atención es la misma sin importar a quien se atienda.

6. **¿Qué días tiene mayor afluencia el banco?**

Por lo general son los días lunes que acude más gente al banco, sin embargo, hay fechas como fin de mes y quincenas donde se acumula más gente, debido a pagos de tarjetas de créditos, pagos de salarios, certificados de chequeras, servicios básicos, cobro de giros, pago pensiones alimenticias, pago al IEES, etc.

7. **¿Tiene el banco herramientas tecnológicas como la Banca web o la banca móvil?**

Si tiene, cuenta incluso con un instructivo, además en la parte exterior del banco tiene un cajero multifunción, también se les entrega tarjetas a los clientes para que puedan hacer uso de ellos.

Eco. Gabriela Aguirre