



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO INDUSTRIAL

TRABAJO DE TITULACIÓN

TÍTULO DEL PROYECTO

“ESTUDIO DE TEORÍA DE COLAS EN EL ÁREA DE MATRICULACIÓN VEHICULAR
EN LA DIRECCIÓN DE MOVILIDAD TRÁNSITO Y TRANSPORTE DEL GADM-
COLTA”

AUTOR

GUIZHCA YUQUILEMA LENIN ALBERTO

TUTOR

ING. CARLOS BEJARANO

Riobamba – Ecuador

Año 2021

Revisión Del Tribunal

REVISIÓN DEL TRIBUNAL

Los miembros del tribunal de graduación del proyecto de investigación de título: “ESTUDIO DE TEORÍA DE COLAS EN EL ÁREA DE MATRICULACIÓN VEHICULAR EN LA DIRECCIÓN DE MOVILIDAD TRÁNSITO Y TRANSPORTE DEL GADM-COLTA”, presentado por Lenin Alberto Guizhca Yuquilema y dirigido por el Mgs. Carlos Mesías Bejarano Naula.

Una vez escuchado la defensa oral y revisado el informe final del proyecto de investigación con fines de graduación escrito en el cual se ha constado el cumplimiento de las observaciones realizadas, remite la presente para uso y custodia en la biblioteca de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Chimborazo. Para constancia de lo expuesto firman:



Mgs. Carlos Mesías Bejarano Naula

Director del proyecto de investigación



Mgs. Luis Stalin López Telenchana

Miembro del tribunal



Mgs. José Vicente Soria Granizo

Miembro del tribunal

Derecho De Autoría

Yo, **GUIZHCA YUQUILEMA LENIN ALBERTO**, soy responsable de gran parte de las ideas, doctrinas, resultados y propuestas expuestas en el presente trabajo de investigación, y los derechos de autoría pertenecen a la Universidad Nacional de Chimborazo.



Lenin Alberto Guizhca Yuquilema

C.I: 060487842-1

Agradecimiento

A Dios, por ser mi guía, quien me brinda salud y sabiduría para poder sobrellevar las dificultades que se anteponen en mi camino y cumplir mis metas.

A mi querida Escuela de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Chimborazo, por permitirme ser parte de tan prestigiosa institución y formarme en un profesional, con valores y principios.

A los docentes, que mediante sus conocimientos, me han orientado de forma correcta en el área de la Ingeniería Industrial.

A mi tutor y miembros de tribunal, quienes me han guiado en base a sus conocimientos y experiencias en la elaboración de este trabajo.

A mis padres y hermanos, quienes han sido parte fundamental en todos mis objetivos, ya que con su apoyo incondicional, me han impulsado para superar las barreras que se me han presentado.

A mis familiares y amigos, por brindarme sus palabras de aliento y motivación para poder enfrentar los problemas y encaminarme con firmeza en este proceso.

Les agradezco profundamente.

Dedicatoria

Quiero dedicar este Proyecto de investigación con mucho cariño a Dios por ser mi guía y fortaleza ante todas las adversidades de la vida. Por darme la sabiduría para poder enriquecer mis conocimientos y tomar decisiones correctas.

De manera especial dedico este trabajo a mis padres, Guizhca Taco José Alberto y Yuquilema Shigla María, por darme la vida y en ella la capacidad de superarme y brindarme sus sabios consejos para seguir en cada paso por el camino difícil de la vida. Gracias padres queridos por inculcar en mi valores y principios para ser una persona de bien.

A mi hermano Guizhca Yuquilema Juan David, que siempre ha sabido protegerme como hermano, guiarme como mejor amigo y ha sido siempre mi fuente de inspiración como persona.

A mis hermanas Guizhca Yuquilema María Norma, Guizhca Yuquilema María Rosario, Guizhca Yuquilema Nelly Aurora, Guizhca Yuquilema María Juana y Guizhca Yuquilema María Leticia por sus oraciones, consejos y palabras de aliento en cada momento difícil de mi vida para alzar la mirada y seguir adelante.

A mi persona especial Patricia Mishqui, que siempre me ha motivado a seguir adelante y a vencer los obstáculos que se han presentado en el camino. Que me ha apoyado incondicionalmente y ha creído en mí en cada objetivo que me he propuesto.

Con mucho cariño, este trabajo les dedico a ustedes.

Índice General

Revisión del tribunal	II
Derecho de autoría	III
Agradecimiento	IV
Resumen	XIII
Introducción	1
Capítulo I: Planteamiento del problema.....	3
1.1. El Problema.....	3
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo general	3
1.2.2. Objetivos específicos.....	3
1.3.Justificación.....	4
Capítulo II: Marco teórico.....	5
2.1. Antecedentes	5
2.2. Fundamento teórico.....	6
2.2.1. Introducción a la teoría de colas.....	6
2.2.2. Clasificación de un sistema de línea de espera	7
2.2.3. Distribución de llegadas	7
2.2.4. Distribución de tiempos de servicio	8
2.2.5. Notación kendall	8

2.2.6. Modelo de un solo canal con llegadas de poisson y tiempos de servicio exponenciales	9
2.2.7. Modelo de línea de espera con múltiples canales con llegadas de poisson y tiempos de servicio exponenciales.....	10
2.2.8. Análisis económico de líneas de espera	11
2.2. Glosario de términos	12
Capítulo III: Marco metodológico.....	13
3.1. Diseño de la investigación.....	13
3.2. Tipo de investigación.	13
3.3. Población y muestra.	13
3.4. Técnicas de investigación.....	14
3.5. Procedimiento.....	14
3.6. Análisis de datos.....	15
Capítulo IV: Resultados y discusión	17
4.1. Resultados de las encuestas.....	17
4.1.9 Análisis global de los resultados de la encuesta.....	22
4.2. Resultados de la tasa de llegada (λ) y tasa de servicio (μ).	23
4.2.1. Cálculo de las características operativas del modelo de teoría de colas de un solo canal con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día lunes...25	
4.2.2. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de múltiples canales con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día lunes.....	27

4.2.3. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de un solo canal con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día martes	33
4.2.4. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de múltiples canales con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día martes	35
4.2.5. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de un solo canal con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día miércoles	41
4.2.6. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de múltiples canales con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día miércoles	43
4.2.7. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de un solo canal con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día jueves.	49
4.2.8. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de múltiples canales con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día jueves.....	51
4.2.9. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de un solo canal con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día viernes..	57
4.2.10. Cálculos de las características operativas del modelo de teoría de colas de múltiples canales con llegadas de poisson y tiempos de servicios exponenciales para el día viernes	59

Conclusión.....	66
Recomendaciones.....	68
Referencias.....	69
Propuesta.....	71
6.1. Objetivo.....	71
6.2. Justificación.....	71
6.3. Descripción de la propuesta.....	72
6.4. Análisis económico de líneas de espera.....	73
6.4.1. Costo de espera por periodo de tiempo de cada unidad.....	73
6.4.2. Costo de servicio por periodo de tiempo de cada canal.....	74
6.4.3. Costo de línea de espera.....	74
Anexos.....	77

Índice De Tablas

Tabla 1 Número de usuarios atendidos en el área de matriculación vehicular de los últimos 6 meses.	13
Tabla 2 Resultados generalizados de las encuestas.....	23
Tabla 3 Valores de la tasa media de llegadas y tasa media de servicios por cada día.	24
Tabla 4 Registro de datos de los días lunes.....	25
Tabla 5 Tasa media de llegada y servicio de los días lunes	25
Tabla 6 Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día lunes.	32
Tabla 7 Registro de datos de los días martes.	33
Tabla 8 Tasa media de llegada y servicio de los días martes.	33
Tabla 9 Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día martes.	40
Tabla 10 Registro de datos de los días miércoles.....	41
Tabla 11 Tasa media de llegada y servicio de los días miércoles.....	41
Tabla 12 Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día miércoles.	48
Tabla 13 Registro de datos de los días jueves.....	49
Tabla 14 Tasa media de llegada y servicio de los días jueves.	49

Tabla 15 Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día jueves.....	56
Tabla 16 Registro de datos de los días viernes.....	57
Tabla 17 Tasa media de llegada y servicio de los días viernes.	57
Tabla 18 Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día viernes.	64
Tabla 19 Resultados globales por días	65
Tabla 20 Tabla resumida de los costos.....	76

Índice De Figuras

Figura 1 Proceso básico de colas.....	6
Figura 2 Proceso básico de colas.....	7
Figura 3 Porcentaje sobre la información que brinda en el área para evitar contratiempos ...	17
Figura 4 Porcentajes sobre personas esperando por el servicio.	18
Figura 5 Porcentaje sobre la recepción ágil de documentos.	18
Figura 6 Porcentajes sobre los tiempos de espera en el servicio.....	19
Figura 7 Porcentajes sobre la adecuada situación de la instalación para evitar congestiones	20
Figura 8 Porcentaje sobre la disposición del personal para escuchar inquietudes.	20
Figura 9 Porcentajes sobre la satisfacción de los usuarios en el servicio.	21
Figura 10 Frecuencia sobre los aspectos que debería aplicarse para reducir tiempos.	22
Figura 11 Modelo de cola actual	72
Figura 12 Modelo de colas propuesto	73

Resumen

En el área de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta, el tiempo que transcurre al realizar un trámite es elevado y esto ha generado que últimamente existan malestar y reclamos por parte de los usuarios a causa de las demoras en la atención. El trabajo de investigación se realizó con el objetivo de aplicar el estudio de Teoría de Colas en el área de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta y evaluar la eficiencia del servicio. Para el desarrollo de la investigación se utilizó como técnicas de investigación, la encuesta y la observación, además los modelos de la Teoría de Colas de un canal y múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempo de servicio exponencial. Los resultados de la encuesta en cuanto al nivel de satisfacción demostraron que el 54% corresponde a insatisfechos ya que el tiempo de espera oscila entre 1 hora a 2 horas. Con los datos obtenidos los tiempos de llegada y el tiempo de servicio, se determinó que el modelo de un canal es ineficiente y el modelo de canales múltiples con 2 servidores es óptimo. En base a los resultados obtenidos de la aplicación de la encuesta y el estudio de la Teoría de Colas, se concluye que en el sistema se requiere adicionar un canal para que el servicio sea eficiente y el tiempo de espera se reduzca.

Palabras claves: Teoría, colas, tasa, llegada, servicios, canal, múltiples.

ABSTRACT

In the vehicle registration area of the Directorate of Mobility, Transit, and Transportation of the GADM of Colta, the time that elapses to perform a procedure is high. This situation has generated that lately there is discomfort and complaints from users because of service delays. This research work was carried out to apply the Queue Theory study in the vehicle registration area of the Transit Mobility and Transportation Department of the GADM of Colta and evaluate the efficiency of the service. For the research development, the survey and observation were used as research techniques, in addition to the Queuing Theory models of one channel and multiple channels with Poisson arrivals and exponential service time. The survey results regarding the level of satisfaction showed that 54% were dissatisfied since the waiting time ranged from 1 to 2 hours. Based on the data obtained on arrival times and service time, it was determined that the one-channel model is inefficient and the multiple-channel model with two servers is optimal. Based on the results obtained from the survey application and the Queuing Theory, it is concluded that the system requires the addition of a channel for the service to be efficient and the waiting time to be reduced.

KEYWORDS: Theory, queuing, rate, arrival, services, channel, multiple.

Reviewed by:
Ms.C. Ana Maldonado León
ENGLISH PROFESSOR
C.I.0601975980

Introducción

Uno de los problemas más comunes que se puede evidenciar, ya sea en una empresa pública o privada, es la deficiencia en los tiempos de servicio, que puede ser generada por diferentes causas, las cuales se deben a factores humanos, factores tecnológicos, factores relacionados con los métodos de trabajo, factores económicos o a su vez factores de infraestructura. Esto ocasiona que el número de elementos en la línea de espera se incremente ya que el tiempo de servicio es elevado. Desde este punto de vista prevalece la importancia de mejorar y optimizar el servidor para adquirir mejores resultados con respecto al tiempo de servicio.

Este trabajo de investigación, está enfocada en el estudio de la Teoría de Colas o también conocido como líneas de espera en el área de Matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta. La mencionada institución diariamente recibe decenas de usuarios que acuden al servicio esperando una atención rápida y a su vez eficiente. Mediante la aplicación del estudio se espera identificar los posibles factores que afecten al tiempo de servicio y permitan mejorar el proceso.

En esta investigación se realizó una encuesta a los usuarios que llegan al área de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta, para determinar un concepto generalizado sobre las opiniones acerca del desempeño del sistema de atención que reciben así como también los diferentes aspectos como: el tiempo de espera, el nivel de satisfacción de los usuarios, nivel de conocimiento de las personas que brindan el servicio, la infraestructura donde se desarrolla el proceso y el nivel de información que se brinda al usuario. Por otra parte, los datos obtenidos se analizaron mediante la aplicación de los modelos matemáticos correspondientes a la Teoría de Colas o Líneas de espera, con los cuales se obtuvo los resultados de las características operativas correspondientes a los días en el periodo de estudio.

En base a los resultados obtenidos, se plantea una propuesta la misma que consiste en incrementar un servidor adicional al sistema con el objetivo de mejorar la eficiencia del servicio en cuanto al tiempo de espera. Para la sustentación de la propuesta se realiza el análisis económico de las respectivas líneas de espera.

Capítulo I: Planteamiento Del Problema

1.1. El Problema

En el área de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta, el tiempo que transcurre al realizar un trámite es elevado y esto ha generado que últimamente existan malestar y reclamos por parte de los usuarios a causa de las demoras en la atención.

Por lo tanto, esta situación últimamente está afectando la imagen de la institución ya que con frecuencia existe mayor afluencia de usuarios que llegan desde otros Cantones e inclusive desde otras Provincias buscando un servicio ágil, pero al encontrarse con demoras excesivas prefieren dirigirse a otros Cantones para realizar la matriculación de sus vehículos y esto afecta también de cierta forma al ingreso económico del GADM Colta.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Realizar el estudio de Teoría de Colas en el área de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Aplicar una encuesta a los usuarios para determinar el nivel de satisfacción en cuanto al tiempo de servicio.
- Efectuar el estudio de la teoría de colas mediante la aplicación de modelos matemáticos para precisar la eficiencia del servidor.
- Formular una propuesta para el mejoramiento en el desempeño del área de matriculación vehicular.

1.3. Justificación

El desarrollo de la presente investigación tiene como finalidad, aportar mayores conocimientos sobre la Teoría de Colas ya que se pretende aplicar modelos matemáticos de forma práctica y mediante esto, evaluar la situación actual del servicio que brinda el área de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta.

La importancia y relevancia en cuanto al desarrollo de esta investigación, radica en que nos permitirá encontrar los parámetros que influyen en el tiempo de espera de los usuarios y además deducir de forma analítica los resultados para poder establecer una propuesta de mejora en el área de matriculación vehicular.

Capítulo II: Marco Teórico

2.1. Antecedentes

En la investigación realizada por (Paguay, 2020), se implementó el estudio de Teoría de Cola en la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM Riobamba donde demuestra el bajo nivel de satisfacción de los usuarios. Acorde a los resultados que obtiene demuestra que existe baja eficiencia en el servicio ya que el tiempo de espera es elevado.

En el proyecto de investigación de (Tamayo, 2017), se implementó el estudio de Teoría de Colas para la Empresa Eléctrica matriz Riobamba en el departamento de recaudación mediante el cual pretende garantizar la satisfacción de los usuarios. A través de esto el autor encuentra falencias en el servicio y propone las mejoras correspondientes.

En el trabajo de investigación realizada por (Cazorla, 2014), desarrolla un análisis estadístico no paramétrico mediante la aplicación de la Teoría de Colas para medir el nivel de satisfacción del paciente atendido en el departamento de admisiones del Hospital Provincial General Docente de Riobamba donde encuentra que predomina el tipo de calificación Moderado a causa de los tiempos prolongados de espera.

Se ha evidenciado en los últimos meses que en el área de matriculación vehicular en la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte GADM de Colta se genera aglomeración de usuarios. También se ha observado que en algunos casos, los usuarios regresan al día siguiente por el servicio debido a la falta de documentación u otra índole que retrasan la matriculación del vehículo. Esto nos da a entender que el desempeño del servidor no es eficiente y por tal razón exista la necesidad de investigar las causas.

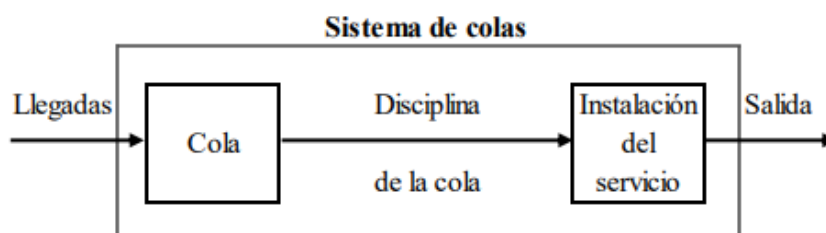
2.2. Fundamento Teórico

2.2.1. Introducción A La Teoría De Colas

La teoría de las colas es el estudio matemático de las colas o líneas de espera. La formación de una cola, es un problema muy común, el mismo que sucede siempre que la demanda de usuarios que buscan un determinado servicio excede dicho servicio con el que cuenta una empresa. En si la teoría de colas no ayuda a resolver de una forma directa un problema, pero contribuye con información importante la misma que se utiliza para tomar decisiones pertinentes, pronosticando de esta manera varias características sobre la línea de espera (Tamayo, 2017).

Figura 1

Proceso básico de colas



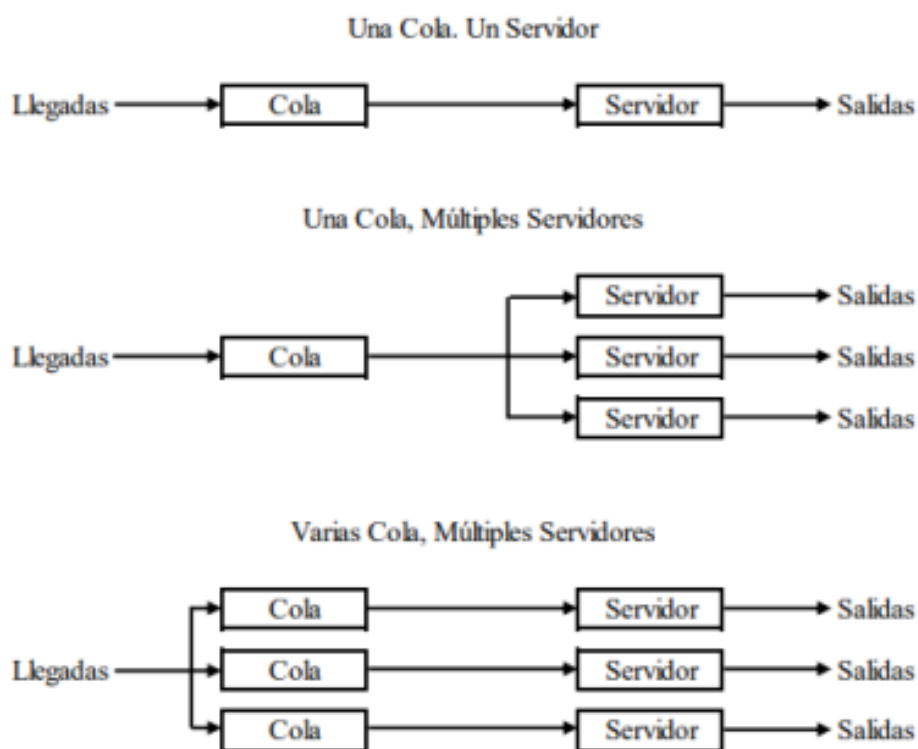
(Fuente; Tamayo, 2017, p.6)

El modelo básico de una línea de espera es constituido por un cliente que espera ser atendido por un servidor en un determinado tiempo. El ingreso de clientes al sistema es aleatorio formando una o varias colas para ser atendido (Martinez, 2009).

2.2.2. Clasificación De Un Sistema De Línea De Espera

Figura 2

Proceso básico de colas



(Fuente; Tamayo, 2017, p.6)

La configuración de número de colas y servidores en la teoría de colas son tres. Una cola un servidor, una cola y múltiples servidores, varias colas y múltiples servidores. La utilización de una u otro es la interrogante en este estudio. La notación de Kendall nos permite determinar las características de los sistemas de colas (Gámez, 2018, pág. 18).

2.2.3. Distribución De Llegadas

Según (Anderson, et al., 2011), establecen que el número de usuarios que ingresan por un servicio no es un valor constante, los analistas cuantitativos han encontrado que una buena descripción del patrón de llegadas es una distribución de probabilidad de Poisson. Siendo las llegadas aleatorias e independientes. La función de probabilidad de Poisson de llegadas en un

periodo de tiempo específico es la siguiente: (Anderson, et al., 2011)

$$P_x = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \text{ con } x = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Donde:

x = número de llegadas en un periodo de tiempo

λ = número promedio de usuarios que llegan a la cola en un tiempo determinado

$e = 2.71828$

2.2.4. Distribución De Tiempos De Servicio

El tiempo que pasa un cliente en la instalación una vez que el servicio a iniciado se denomina tiempo de servicio. (Anderson, et al., 2011) describe que se puede suponer que la distribución de probabilidad para este tiempo sigue una distribución de probabilidad exponencial. El tiempo de servicio sea menor o igual al tiempo de duración t es:

$$P(\text{tiempo de servicio} \leq t) = 1 - e^{-\mu t} \quad (2)$$

Donde:

μ = Cantidad media de unidades que pueden servirse por periodo

$e = 2.71828$

2.2.5. Notación Kendall

El sistema de Kendall y Lee es el más conocido y aplicado, fue elaborado con la finalidad de estandarizar características similares en algunos modelos de esta forma analizarlos de igual manera. El sistema asocia cierto tipo de fórmulas calculadas a sistemas con características similares en el caso de distribución exponencial (Martinez, 2009). La notación Kendall para un sistema de línea de espera consta de tres letras (Anderson, et al., 2011).

$A/B/K$

Donde:

A = Distribución de la probabilidad de llegadas

B = Distribución de la probabilidad del tiempo de servicio

K = Número de canales

Acorde a (Anderson, et al., 2011), las letras A o B pueden tomar diferentes notaciones.

Si tenemos una letra M expresa una llegada probabilística y la tasa de servicio distribución exponencial. Al tener una letra D las llegadas y tiempo de servicio son constantes. La letra G significa que las llegadas y tiempo de servicio tienen una distribución de probabilidad con una media y varianza conocida

2.2.6. Modelo De Un Solo Canal Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicio

Exponenciales

Según Kendall la notación para este modelo es M/M/1 es un sistema al que los clientes llegan según una distribución de Poisson, la atención se presta según una negativa exponencial y tienen un único servidor como se puede observar en la figura 1. Cada cliente debe pasar por un canal, una estación para tomar y surtir el pedido, para colocar el pedido, pagar la cuenta y recibir el producto. Cuando llegan más clientes forman una línea de espera y aguardan que se desocupe la estación para tomar y surtir el pedido (Anderson, et al., 2011).

Tenemos las siguientes ecuaciones:

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema

$$P_0 = 1 - \lambda/\mu \quad (3)$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$L_q = \lambda^2/\mu(\mu - \lambda) \quad (4)$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = L_q + \lambda/\mu \quad (5)$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$W_q = L_q/\lambda \quad (6)$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu \quad (7)$$

- Probabilidad de que una unidad llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = \lambda/\mu \quad (8)$$

- Probabilidad de n unidades en el sistema

$$Pn = (\lambda/\mu)^n P_0 \quad (9)$$

Donde:

λ = Cantidad de promedio de llegadas por periodo.

μ = cantidad de promedios de servicio por periodo.

2.2.7. Modelo De Línea De Espera Con Múltiples Canales Con Llegadas De Poisson Y

Tiempos De Servicio Exponenciales

El modelo consiste en dos o más canales idénticos desde su punto de vista de capacidad (Tamayo, 2017).

Éste modelo es similar al anterior con la diferencia que en el transcurso de la espera en la fila y ser atendido tendrá la posibilidad de ser atendido por más de un servidor. A continuación, las fórmulas que pueden usarse para determinar las características operativas de estado estable para líneas de espera con múltiples canales (Anderson, et al., 2011).

Tenemos las siguientes ecuaciones:

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} * \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda} \right)} \quad (10)$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)!(k\mu - \lambda)^2} * p_0 \quad (11)$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu \quad (12)$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda \quad (13)$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu \quad (14)$$

- Probabilidad de que una unidad llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0 \quad (15)$$

Estas fórmulas son aplicables si existen las siguientes condiciones (Anderson, et al., 2011).

- Las llegadas siguen una distribución de probabilidad de Poisson.
- Tiempo de servicio para cada canal sigue una distribución de probabilidad exponencial.

2.2.8. Análisis Económico De Líneas De Espera

Las decisiones se basan en una evaluación subjetiva de las medidas de desempeño y el costo de operación mínimo por hora del sistema. El costo total de una línea de espera según (Anderson, et al., 2011) es la suma del costo de espera y el costo de servicio, es decir:

$$TC = C_w L + C_s k \quad (16)$$

Donde:

C_w : Costo de esperar por periodo de tiempo por cada unidad.

L: número promedio de unidades en el sistema.

C_s : Costo de servicio por periodo de tiempo de cada canal.

K: Número de canales.

TC: Costo total por periodo de tiempo.

2.2. Glosario De Términos

2.2.1. Características Operativas: Medidas de desempeño para una línea de espera que incluye la probabilidad de que no haya unidades en el sistema, cantidad promedio de unidades en la línea de espera, tiempo de espera promedio, etc. (Anderson, et al., 2011).

2.2.2. Capacidad De La Cola: Es el máximo número de clientes que pueden estar haciendo cola (Santiago, 2017).

2.2.3. Sistema de la cola: es el conjunto formado por la cola y el mecanismo de servicio, junto con la disciplina de la cola, que es lo que nos indica el criterio de qué cliente de la cola elegir para pasar al mecanismo de servicio (Santiago, 2017).

Capítulo III: Marco Metodológico

3.1. Diseño De La Investigación.

El diseño de la presente investigación se lo considera como no experimental ya que no se manipula intencionalmente ninguna de las variables.

3.2. Tipo De Investigación.

El tipo de investigación en este trabajo es descriptiva, por lo que se describen las actividades y para ello se recolectó los datos sobre la llegada de los usuarios y también los datos correspondientes al servidor y con esto utilizar los modelos de teoría de colas el cual nos permitió determinar los resultados que nos sirvió para el planteamiento de la propuesta.

3.3. Población y Muestra.

La investigación se aplicó a los usuarios que acuden a la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta a realizar sus trámites correspondientes y para la determinación de la muestra se utilizó el informe de actividades de los últimos 6 meses (4 últimos meses del 2020 y 2 primeros meses del 2021) de las personas que fueron atendidos en el área de matriculación vehicular.

3.3.1. Cálculo De La Muestra (n).

Tabla 1

Número de usuarios atendidos en el área de matriculación vehicular de los últimos 6 meses.

Mes	Nº. Usuarios
Septiembre	653
Octubre	1454
Noviembre	1578
Diciembre	1513
Enero	1234
Febrero	1290
Promedio	1287

Nota: Datos obtenidos del área de matriculación vehicular. **Fuente:** (GADM-Colta, 2020).

Promedio de usuarios atendidos por día: 64,35

Se ha determinado que en este caso, no se requiere aplicar fórmula matemática para determinar el número de la muestra ya que la población o universo es menor a 100.

Entonces, se tiene que el número de la muestra es de 65 encuestas.

3.4. Técnicas De Investigación

Para la recolección de datos, en esta investigación se aplicó la encuesta y la observación. La encuesta se utilizó para recolectar la información acerca de las opiniones de los usuarios sobre el servicio que brinda el área de matriculación vehicular de la Dirección de movilidad Tránsito y Transporte del GAMD de Colta y la observación se aplicó para establecer el número de personas que llegan a solicitar el servicio y a su vez el número de usuarios atendidos en un determinado tiempo.

3.5. Procedimiento

- a) Para iniciar con esta investigación, se diseñó una encuesta (Ver Anexo 1), para su respectiva aplicación a un total de 65 usuarios. Los datos obtenidos permitieron determinar los resultados específicos sobre desempeño del sistema de atención que reciben así como también los diferentes aspectos como: el tiempo de espera, nivel de satisfacción del servicio, la infraestructura donde se desarrolla el proceso, los aspectos a considerar para la mejora del servicio, entre otros. La aplicación de la encuesta a los usuarios se desarrolló de forma presencial y mediante el método aleatorio, se seleccionó a los usuarios a encuestar al azar lo cual nos permitió la obtención de datos más confiables.
- b) La recolección de datos se realizó mediante la observación sistemática durante un lapso de 7 semanas correspondientes al mes de marzo y abril en el área de matriculación vehicular. Este proceso se desarrolló durante toda la jornada laboral que son de 8 horas diarias, los 5 días a la semana y de lunes a viernes. Para esta actividad se desarrolló una hoja de recolección de datos donde se registró a cada usuario que

llega por el servicio en cada hora el cual es el número de llegada (λ) para este estudio.

De la misma manera se registró la cantidad de usuarios que son atendidos en el lapso de una hora determinada en el día que corresponde al tiempo de servicio (μ).

c) Con los datos registrados, procedimos a la tabulación de forma que tengamos una tabla sintetizada con los valores promedios correspondientes a cada día (Ver Tabla 3) para posterior a esto determinar los siguientes elementos:

- La probabilidad de que no haya unidades en el sistema
- Cantidad promedio de unidades en línea de espera
- Cantidad promedio de unidades en el sistema
- Tiempo promedio que pasa una unidad en línea de espera
- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema
- Probabilidad de que una unidad que llegue tenga que esperar por el servicio

Actualmente en el área de matriculación vehicular existe solo un canal de servicio, razón por el cual, en este estudio se incrementa el número de canales (k) de 2, 3 y 4 canales para investigar y evidenciar el comportamiento de los de los valores de las características operativas y mediante esto determinar la factibilidad de mejoras.

3.6. Análisis De Datos

Mediante el uso del software SPSS se analizó los datos obtenidos de la encuesta insertando los valores numéricos correspondientes a cada una de las preguntas con lo cual se obtiene los resultados detallados en la Tabla 02 y también se presentan de forma gráfica para cada pregunta con su respectiva interpretación acorde a los valores obtenidos.

Para el análisis de datos, la tasa media de llegada de usuarios y la tasa media de servicio de las 7 semanas correspondiente al mes de marzo y abril, se procesó a través del software Excel en base a las fórmulas correspondientes a la teoría de colas para el modelo de un solo canal y múltiples canales. Luego de esto, con los resultados obtenidos de las

características operativas, se procede a interpretar los valores correspondientes para cada día de la semana.

Capítulo IV: Resultados Y Discusión

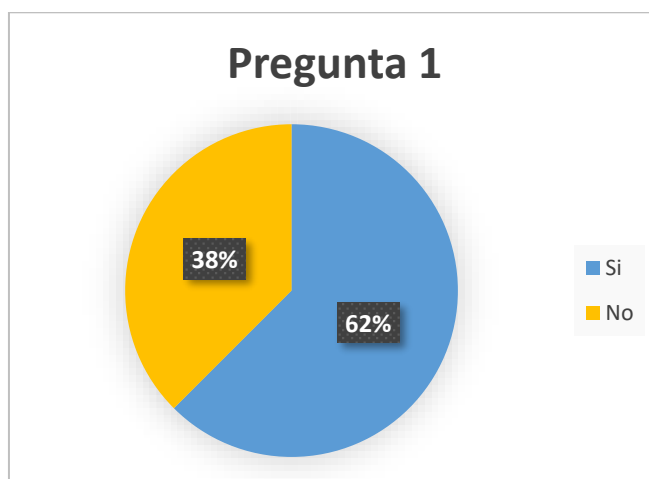
4.1. Resultados De Las Encuestas.

Posterior a la aplicación de las encuestas a los usuarios que realizan los trámites en la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GAMD de Colta se presentan los siguientes resultados.

4.1.1. Pregunta 01.- ¿Le brindan información necesaria en el área para evitar demoras o contratiempos?

Figura 3

Porcentaje sobre la información que brinda en el área para evitar contratiempos



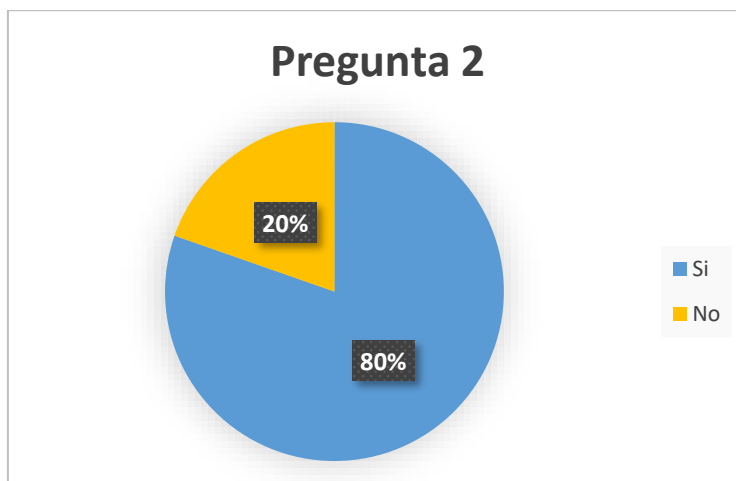
Fuente: El autor

Interpretación: Se observa que, de las 65 encuestas realizadas a los usuarios en el área de matriculación en cuanto a la información que brindan para evitar contratiempos, 40 personas que representan al 62 %, afirman que si existe información y 25 personas que representan al 38% responden que no brindan información requerida. Con esto se tiene un índice aceptable.

4.1.2. Pregunta 02.- Cuando usted llega al servicio. ¿Existe personas esperando para ser atendido?

Figura 4

Porcentajes sobre personas esperando por el servicio.



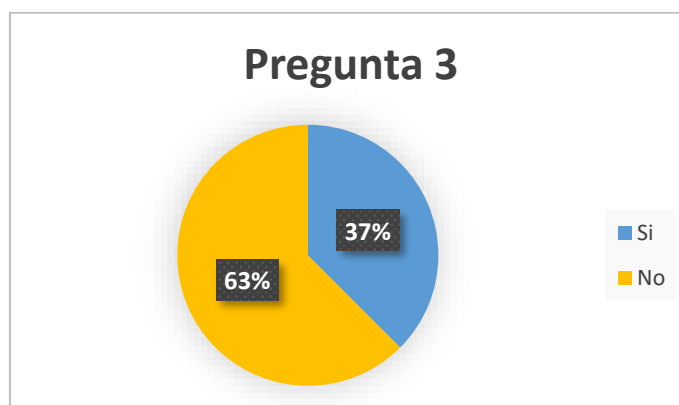
(Fuente: El autor)

Interpretación: Acorde a los resultados, se tiene que 50 personas que representan al 80% respondieron que si existen personas esperando por el servicio, mientras que 15 personas que representan al 20% afirman que cuando llegan por el servicio, no existe personas esperando.

4.1.3. Pregunta 03.- ¿La recepción de documentos es ágil?

Figura 5

Porcentaje sobre la recepción ágil de documentos.



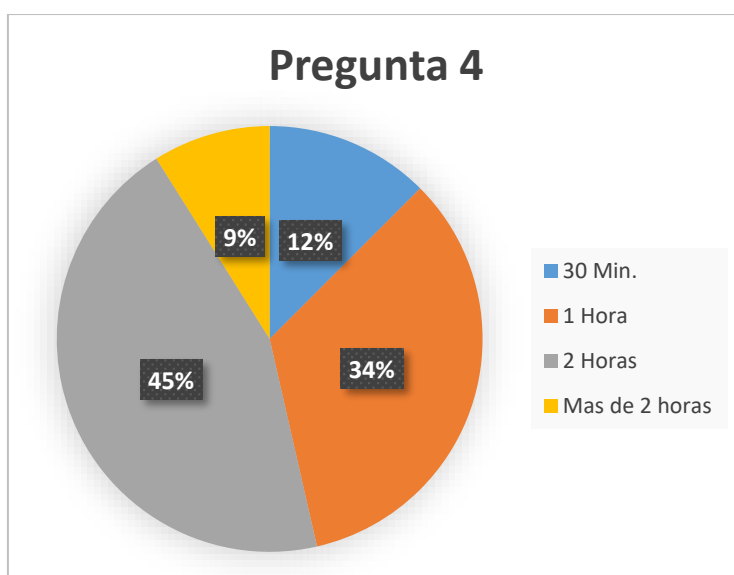
(Fuente: El autor.)

Interpretación: De un total de 65 encuestados, 26 personas que representan al 37% responden que la recepción de documentos si es ágil, mientras que 39 personas que representan al 63% afirma que la recepción de documentos no es ágil.

4.1.4. *Pregunta 04.- ¿Qué tiempo aproximado espero en ser atendido?*

Figura 6

Porcentajes sobre los tiempos de espera en el servicio.



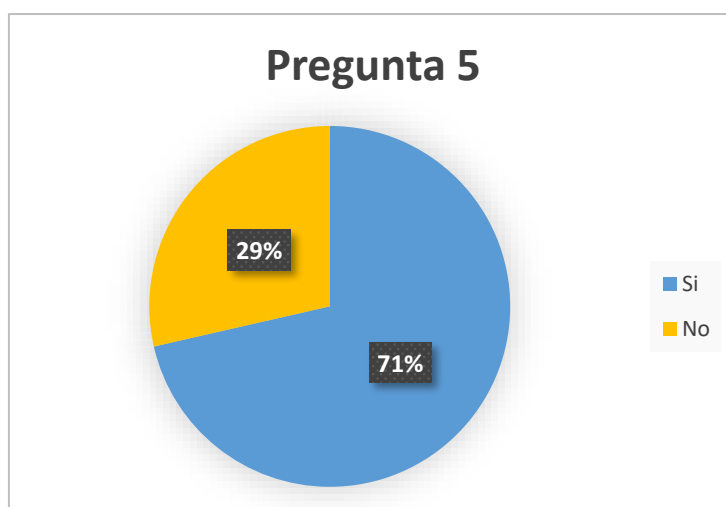
(Fuente: El autor.)

Interpretación: De un total de 65 encuestados, 9 personas responden que esperan solo 30 minutos por el servicio, 21 personas dicen que esperan aproximadamente 1 hora, 28 personas responden que esperan aproximadamente 2 horas mientras que 7 personas dicen que esperan más de 2 horas.

4.1.5. *Pregunta 05.- ¿Considera usted que la instalación es adecuada para evitar la congestión de vehículos y demoras en la línea de espera?*

Figura 7

Porcentajes sobre la adecuada situación de la instalación para evitar congestiones



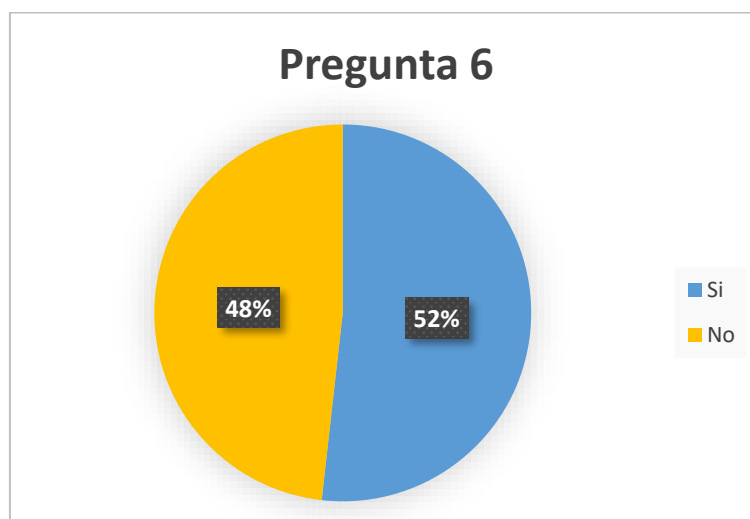
(Fuente: El autor.)

Interpretación: En cuanto a lo referente a las instalaciones, 46 personas que representan al 71% responden que si es adecuado mientras que 19 personas que representan al 29% responden que no es adecuado.

4.1.6. Pregunta 06.- ¿El personal está presto a escucharle y a responder sus inquietudes de forma rápida?

Figura 8

Porcentaje sobre la disposición del personal para escuchar inquietudes.



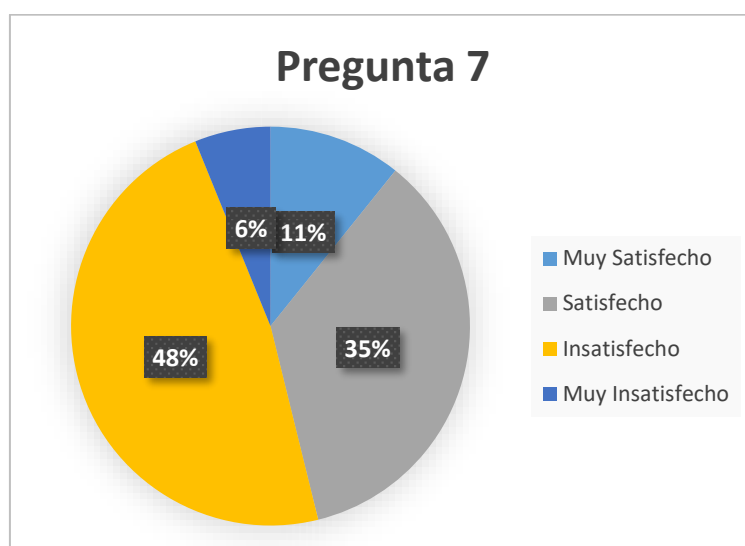
(Fuente: El Autor.)

Interpretación: Se puede evidenciar que 34 personas que representan al 52%, afirman que el personal está predispuesto para responder las dudas e inquietudes de forma ágil, mientras que 31 personas que representan al 48% consideran que no es ágil.

4.1.7. Pregunta 07.- ¿Cuál es su nivel de satisfacción con el servicio en el área de matriculación vehicular relacionado al tiempo de espera?

Figura 9

Porcentajes sobre la satisfacción de los usuarios en el servicio.



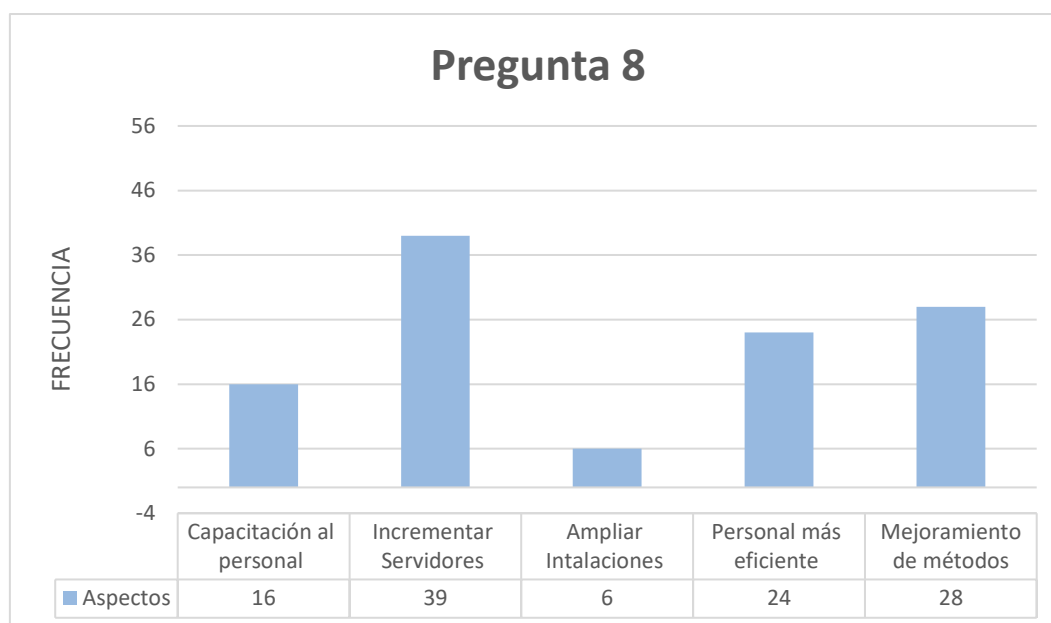
(Fuente: El autor.)

Interpretación: En cuanto al grado de satisfacción del servicio, 7 personas están muy satisfechas, 23 personas están satisfechas, 31 personas califican al servicio como insatisfecho y 4 personas responden estar muy insatisfecho.

4.1.8. Pregunta 08.- De los siguientes aspectos. Seleccione cuál o cuáles debería aplicarse para reducir el tiempo de espera.

Figura 10

Frecuencia sobre los aspectos que debería aplicarse para reducir tiempos.



(Fuente: El autor.)

Interpretación: En cuanto a los posibles aspectos para el mejoramiento del servicio, los resultados son los siguientes:

De un total de 65 encuestados, 16 personas sugieren que optan por la capacitación al personal. Así también 39 personas de los 65 encuestados responden a favor de incrementar servidores para reducir el tiempo de espera. En cuanto a la ampliación o adecuación de instalaciones solo 6 personas optan por este aspecto. Sobre la implementación de personal más eficiente, 24 personas de los 65 encuestados consideran que es necesario para el mejoramiento del servicio. Y en cuanto al mejoramiento de métodos de procesamiento, 28 personas de un total de 65 encuestados consideran que es importante.

4.1.9 Análisis Global De Los Resultados De La Encuesta

Para una visión generalizada, se presenta a continuación todos los valores correspondientes a los resultados de las encuestas realizadas. Para ello se detalla los

parámetros de evaluación en función al número de personas y respuestas relacionadas a cada pregunta.

Tabla 2

Resultados generalizados de las encuestas

No.	Pregunta	Parámetros de evaluación/No. Personas				
		Si	No			
1	¿Le brindan información necesaria en el área para evitar demoras o contratiempos?	40	25			
2	Cuando usted llega al servicio. ¿Existe personas esperando para ser atendido?	50	15			
3	¿La recepción de documentos es ágil?	26	39			
		30 Min.	1 Hora	2 Horas	Más de 2 horas	
4	¿Qué tiempo aproximado espero en ser atendido?	9	21	28	7	
5	¿Considera usted que la instalación es adecuada para evitar la congestión de vehículos y demoras en la línea de espera?	46	19			
6	¿El personal está presto a escucharle y a responder sus inquietudes de forma rápida?	34	31			
7	¿Cuál es su nivel de satisfacción con el servicio en el área de matriculación vehicular relacionado al tiempo de espera?	Muy Satisfecho	Satisfecho	Insatisfecho	Muy Insatisfecho	
		7	23	31	4	
8	De los siguientes aspectos. Seleccione cuál o cuáles debería aplicarse para reducir el tiempo de espera.	Capacitación al personal	Incrementar Servidores	Ampliar Instalaciones	Personal más eficiente	Mejoramiento de métodos
		16	39	6	24	28

Elaborado por: El autor

4.2. Resultados de la tasa de llegada (λ) y tasa de servicio (μ).

Se puede visualizar en el Anexo 03 los datos correspondientes al número de personas que llegan al servicio así como también al número de personas atendidas en un periodo de

tiempo. Los datos obtenidos se dividen por cada hora de los días correspondientes al mes de marzo y abril del 2021 los mismos que son obtenidos en la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta.

Tabla 3

Valores de la tasa media de llegadas y tasa media de servicios por cada día.

Días	Tasa de Llegadas $\lambda(u/h)$	Tasa de Servicio $\mu(u/h)$
Lunes	10,37	6,43
Martes	9,51	7,14
Miércoles	9,59	7,29
Jueves	8,86	6,60
Viernes	8,54	6,20

Elaborado por: El autor

Con el objetivo de realizar un mejor análisis de datos se procede a agrupar los datos por cada variable, el número de usuarios que llegan como (λ) así como también el número de usuarios atendidos como (μ) que se muestra en el Anexo 03.

Los valores obtenidos se clasifican acorde a los días correspondientes ya sea Lunes, Martes, Miércoles, Jueves o Viernes, de modo que por cada día se tiene el promedio de llegada y promedio de servicio correspondiente y con estos valores agrupados se procede al análisis mediante la aplicación de la teoría de colas.

4.2.1. Cálculo De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Un Solo Canal Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Lunes

Tabla 4

Registro de datos de los días lunes.

DÍAS LUNES														
Fecha	01/03/2021		08/03/2021		15/03/2021		22/03/2021		29/03/2021		05/04/2021		12/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	13	6	8		13		7		6		10		11	
09h00-10h00	11		14	7	7		8		9		8		9	
10h00-11h00	12		11		11	7	14		16		7		11	
11h00-12h00	14		15		12		12	8	13		8		10	
13h00-14h00	10		8		5		9		15	9	10		8	
14h00-15h00	11		10		10		11		13		12	8	9	
15h00-16h00	9		11		4		16		9		8		10	7
16h00-17h00														
Total	80	6	77	7	62	7	77	8	81	9	63	8	68	7

Promedio de llegada/hora	10,37
Promedio de servicio/hora	6,43

Fuente: El autor

4.2.1.1. Modelo M/M/1.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta un solo canal para determinar las características operativas.

Tabla 5

Tasa media de llegada y servicio de los días lunes

Lunes	Tasa media de llegada (λ)	Tasa media de servicio (μ)	Unidades
	10,37	6,43	Usuario/hora

Tasa media de llegada y servicio obtenida de la Tabla 4 Fuente: El autor.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema

$$P_0 = 1 - \lambda/\mu$$

$$P_0 = 1 - 10,37/6,43$$

$$P_o = -0,61$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = -61\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$L_q = \lambda^2 / \mu(\mu - \lambda)$$

$$L_q = (10,37)^2 / 6,43(6,43 - 10,37)$$

$$L_q = -65,89$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = L_q + \lambda / \mu$$

$$L = -65,89 + 10,37 / 6,43$$

$$L = -64,28$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq / \lambda$$

$$Wq = -65,89 / 10,37$$

$$Wq = -6,35$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1 / \mu$$

$$W = -6,35 + 1 / 6,43$$

$$W = -6,20$$

- Probabilidad de que una unidad llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = \lambda / \mu$$

$$Pw = 10,37 / 6,43$$

$$Pw = 1,61$$

En término porcentual tenemos:

$$P_w = 161\%$$

Los resultados encontrados de presentan de forma negativa ya que el valor de la tasa media de llegada (λ) es de mayor valor que la tasa media de servicio (μ).

4.2.2. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Múltiples Canales Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Lunes

4.2.2.1. M/M/2.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 2 canales ($k=2$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 10,37/6,43$$

$$\lambda/\mu = 1,61$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=2$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,11$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 11\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(10,37/6,43)^2 * 10,37 * 6,43}{(2-1)! (2 * 6,43 - 10,37)^2} * 0,11$$

$$Lq = 3,08 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 3,08 + 10,37/6,43$$

$$L = 4,69 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 3,08/10,37$$

$$Wq = 0,30 \text{ horas} = 18 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,30 + 1/6,43$$

$$W = 0,45 \text{ horas} = 27 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$Pw = 1/2! * (10,37/6,43)^2 * (2 * 6,43/(2 * 6,43 - 10,37)) * 0,11$$

$$Pw = 0,74$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 74\%$$

4.2.2.2. M/M/3.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 3 servidores ($k=3$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 10,37/6,43$$

$$\lambda/\mu = 1,61$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=3$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,1851$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 18,51\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(10,37/6,43)^3 * 10,37 * 6,43}{(3-1)! (3 * 6,43 - 10,37)^2} * 0,1851$$

$$Lq = 0,33 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,33 + 10,37/6,43$$

$$L = 1,94 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,33/10,37$$

$$Wq = 0,03 \text{ horas} = 2 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,03 + 1/6,43$$

$$W = 0,19 \text{ horas} = 11 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad llega tenga que esperar por un servicio

$$P_w = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$P_w = 1/3! * (10,37/6,43)^3 * (3 * 6,43/(3 * 6,43 - 10,37)) * 0,1851$$

$$P_w = 0,28$$

En término porcentual tenemos:

$$P_w = 28\%$$

4.2.2.3. M/M/4.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 4 servidores ($k=4$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 10,37/6,43$$

$$\lambda/\mu = 1,61$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_0 para los datos de entrada λ/μ y $k=4$.

Donde se encuentra que:

$$P_0 = 0,1974$$

En término porcentual tenemos:

$$P_0 = 19,74\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_0$$

$$Lq = \frac{(10,37/6,43)^4 * 10,37 * 6,43}{(4 - 1)! (4 * 6,43 - 10,37)^2} * 0,1974$$

$$Lq = 0,06 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,06 + 10,37/6,43$$

$$L = 1,68 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,06/10,37$$

$$Wq = 0,01 \text{ horas} = 0,36 \text{ minutos} = 22 \text{ segundos}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,01 + 1/6,43$$

$$W = 0,16 \text{ horas} = 9,7 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * Po$$

$$Pw = 1/4! * (10,37/6,43)^4 * (4 * 6,43/(4 * 6,43 - 10,37)) * 0,1974$$

$$Pw = 0,09$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 9\%$$

Tabla 6

Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día lunes.

Características Operativas	Lunes				Unidades
	1	2	3	4	
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema (P_0)	-61	11	18,51	19,74	%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera (L_q)	-65,89	3,08	0,33	0,06	Usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema (L)	-64,28	4,69	1,94	1,68	Usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera (W_q)	-6,35	0,30	0,03	0,01	Horas
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema (W)	-6,20	0,45	0,19	0,16	Horas
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio (P_w)	161	74	28	9	%

Fuente: El autor

4.2.3. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Un Solo Canal Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Martes

Tabla 7

Registro de datos de los días martes.

DÍAS MARTES														
Fecha	02/03/2021		09/03/2021		16/03/2021		23/03/2021		30/03/2021		06/04/2021		13/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	9	8	8		7		15		11		9		7	
09h00-10h00	11		7	7	8		10		16		7		11	
10h00-11h00	9		9		14	8	10		12		17		9	
11h00-12h00	12		9		9		6	6	11		9		10	
13h00-14h00	10		11		10		10		9	7	8		7	
14h00-15h00	8		6		8		11		12		7	7	9	
15h00-16h00	6		9		8		8		9		8		10	7
16h00-17h00														
Total	65	8	59	7	64	8	70	6	80	7	65	7	63	7

Promedio de llegada/hora	9,51
Promedio de servicio/hora	7,14

Fuente: El autor

4.2.3.1 Modelo M/M/1.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta un solo canal para determinar las características operativas.

Tabla 8

Tasa media de llegada y servicio de los días martes.

Martes	Tasa media de llegada (λ)	Tasa media de servicio (μ)	Unidades
	9,51	7,14	Usuario/hora

Tasa media de llegada y servicio obtenida de la Tabla 7 Fuente: Elaboración propia.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema

$$P_0 = 1 - \lambda/\mu$$

$$P_0 = 1 - 9,51/7,14$$

$$P_o = -0,3319$$

En término porcentual

$$P_o = -33,19$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$L_q = \lambda^2 / \mu(\mu - \lambda)$$

$$L_q = 9,51^2 / 7,14(7,14 - 9,51)$$

$$L_q = -30,02$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = L_q + \lambda / \mu$$

$$L = -30,02 + 9,51 / 7,14$$

$$L = -28,69$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq / \lambda$$

$$Wq = -30,02 / 9,51$$

$$Wq = -3,16$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1 / \mu$$

$$W = -3,16 + 1 / 7,14$$

$$W = -3,02$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = \lambda / \mu$$

$$Pw = 9,51 / 7,14$$

$$Pw = 133\%$$

4.2.4. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Múltiples Canales Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Martes

4.2.4.1. M/M/2.

- Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 2 canales ($k=2$) para determinar las características operativas.

$$\lambda/\mu = 9,51/7,14$$

$$\lambda/\mu = 1,33$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=2$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2022$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 20,22\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(9,51/7,14)^2 * 9,51 * 7,14}{(2-1)! (2 * 7,14 - 9,51)^2} * 0,2022$$

$$Lq = 1,07 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 1,07 + 9,51/7,14$$

$$L = 2,4 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 1,07/9,51$$

$$Wq = 0,11 \text{ horas} = 6,8 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,11 + 1/7,14$$

$$W = 0,25 \text{ horas} = 15 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$Pw = 1/2! * (9,51/7,14)^2 * (2 * 7,14/(2 * 7,14 - 9,51)) * 0.2022$$

$$Pw = 0,54$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 54\%$$

4.2.4.2. M/M/3.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 3 canales ($k=3$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 9,51/7,14$$

$$\lambda/\mu = 1,33$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_0 para los datos de entrada λ/μ y $k=3$.

Donde se encuentra que:

$$P_0 = 0,2563$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 25,63\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(9,51/7,14)^3 * 9,51 * 7,14}{(3-1)! (3 * 7,14 - 9,51)^2} * 0,2563$$

$$Lq = 0,14 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,14 + 9,51/7,14$$

$$L = 1,48 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,14/9,51$$

$$Wq = 0,02 \text{ horas} = 1,2 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,02 + 1/7,14$$

$$W = 0,16 \text{ horas} = 9,6 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_o$$

$$Pw = 1/3! * (9,51/7,14)^3 * (3 * 7,14/(3 * 7,14 - 9,51)) * 0,2563$$

$$Pw = 0,18$$

En término porcentual tenemos:

$$P_w = 18\%$$

4.2.4.3. M/M/4

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 4 canales ($k=4$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 9,51/7,14$$

$$\lambda/\mu = 1,33$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=4$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2642$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 26,46\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(9,51/7,14)^4 * 9,51 * 7,14}{(4-1)! (4 * 7,14 - 9,51)^2} * 0,2642$$

$$Lq = 0,03 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,03 + 9,51/7,14$$

$$L = 1,36 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,03/9,51$$

$$Wq = 0,0 \text{ horas}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,00 + 1/7,14$$

$$W = 0,14 \text{ horas} = 8,4 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * Po$$

$$Pw = 1/4! * (9,51/7,14)^4 * (4 * 7,14/(4 * 7,14 - 9,51)) * 0,2642$$

$$Pw = 0,05$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 5\%$$

Tabla 9

Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día martes.

Características Operativas	Martes				Unidades
	1	Servidores (k)			
		2	3	4	
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema (P_0)	-33	20,22	25,63	26,42	%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera (L_q)	-30,02	1,07	0,14	0,03	Usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema (L)	-28,69	2,40	1,48	1,36	Usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera (W_q)	-3,16	0,11	0,02	0,003	Horas
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema (W)	-3,02	0,25	0,16	0,14	Horas
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio (P_w)	133	54	18	0,5	%

Fuente: El autor

4.2.5. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Un Solo Canal Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Miércoles

Tabla 10

Registro de datos de los días miércoles.

DÍAS MIERCOLES														
Fecha	03/03/2021		10/03/2021		17/03/2021		24/03/2021		31/03/2021		07/04/2021		14/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	M	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	12	10	6		11		15		12		11		9	
09h00-10h00	9		9	9	6		13		15		11		10	
10h00-11h00	10		9		7	7	11		18		8		7	
11h00-12h00	7		7		16		10	6	8		9		9	
13h00-14h00	10		9		11		8		10	7	10		11	
14h00-15h00	9		12		6		7		11		7	6	8	
15h00-16h00	11		11		4		7		9		5		9	6
16h00-17h00														
Total	68	10	63	9	61	7	71	6	83	7	61	6	63	6

Promedio de llegada/hora	9,59
Promedio de servicio/hora	7,29

Fuente: El autor

4.2.5.1 Modelo M/M/1.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta un solo canal para determinar las características operativas.

Tabla 11

Tasa media de llegada y servicio de los días miércoles.

Miércoles	Tasa media de llegada (λ)	Tasa media de servicio (μ)	Unidades
	9,59	7,29	Usuario/hora

Tasa media de llegada y servicio obtenida de la Tabla 10 Fuente: Elaboración propia.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema

$$P_0 = 1 - \lambda/\mu$$

$$P_0 = 1 - 9,59/7,29$$

$$P_o = -0,32 \%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$L_q = \lambda^2 / \mu(\mu - \lambda)$$

$$L_q = 9,59^2 / 7,29(7,29 - 9,59)$$

$$L_q = -29,02$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = L_q + \lambda / \mu$$

$$L = -29,02 + 9,59 / 7,29$$

$$L = -27,70$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$W_q = L_q / \lambda$$

$$W_q = -29,02 / 9,59$$

$$W_q = -3,03$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = W_q + 1 / \mu$$

$$W = -3,03 + 1 / 7,29$$

$$W = -2,89$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$P_w = \lambda / \mu$$

$$P_w = 9,59 / 7,29$$

$$P_w = 132\%$$

4.2.6. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Múltiples Canales Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Miércoles

4.2.6.1. M/M/2.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 2 canales ($k=2$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 9,59/7,29$$

$$\lambda/\mu = 1,32$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=2$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2058$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 20,58\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(9,59/7,29)^2 * 9,59 * 7,29}{(2-1)! (2 * 7,29 - 9,59)^2} * 0,2058$$

$$Lq = 1 \text{ usuario}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 1 + 9,59/7,29$$

$$L = 2,32 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 1/9,59$$

$$Wq = 0,10 \text{ horas} = 6 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,10 + 1/7,29$$

$$W = 0,24 \text{ horas} = 15 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$Pw = 1/2! * (9,59/7,29)^2 * (2 * 7,29/(2 * 7,29 - 9,59)) * 0.2058$$

$$Pw = 0,52$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 52\%$$

4.2.6.2. M/M/3.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 3 canales ($k=3$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 9,59/7,29$$

$$\lambda/\mu = 1,32$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_0 para los datos de entrada λ/μ y $k=3$.

Donde se encuentra que:

$$P_0 = 0,2592$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 25,92\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(9,59/7,29)^3 * 9,59 * 7,29}{(3-1)! (3 * 7,29 - 9,59)^2} * 0,2592$$

$$Lq = 0,14 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,14 + 9,59/7,29$$

$$L = 1,45 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,14/9,59$$

$$Wq = 0,01 \text{ horas} = 0,6 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,01 + 1/7,29$$

$$W = 0,15 \text{ horas} = 8,8 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_o$$

$$Pw = 1/3! * (9,59/7,29)^3 * (3 * 7,29/(3 * 7,29 - 9,59)) * 0,2592$$

$$Pw = 0,18$$

En término porcentual tenemos:

$$P_w = 18\%$$

4.2.6.3. M/M/4.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 4 canales ($k=4$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 9,59/7,29$$

$$\lambda/\mu = 1,32$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=4$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2670$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 26,70\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(9,59/7,29)^4 * 9,59 * 7,29}{(4-1)! (4 * 7,29 - 9,59)^2} * 0,2670$$

$$Lq = 0,02 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,02 + 9,59/7,29$$

$$L = 1,34 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,02/9,59$$

$$Wq = 0,0 \text{ horas}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,00 + 1/7,29$$

$$W = 0,14 \text{ horas} = 8,4 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * Po$$

$$Pw = 1/4! * (9,59/7,29)^4 * (4 * 7,29/(4 * 7,29 - 9,59)) * 0,2670$$

$$Pw = 0,05$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 5\%$$

Tabla 12

Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día miércoles.

Características Operativas	Miércoles				Unidades
	1	Servidores (k)			
		2	3	4	
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema (P_0)	-32	20,58	25,92	26,7	%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera (L_q)	-29,02	1,00	0,14	0,02	Usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema (L)	-27,70	2,32	1,45	1,34	Usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera (W_q)	-3,03	0,10	0,01	0,00	Horas
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema (W)	-2,89	0,24	0,15	0,14	Horas
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio (P_w)	132	52	18	0,5	%

Fuente: El autor

4.2.7. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Un Solo Canal Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Jueves.

Tabla 13

Registro de datos de los días jueves.

DÍAS JUEVES														
Fecha	04/03/2021		11/03/2021		17/03/2021		25/03/2021		01/03/2021		08/04/2021		15/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	5	5	Suspensión del servicio por caída de ceniza		11		14		Feriado		8		8	
09h00-10h00	13				7		13				9		12	
10h00-11h00	9				11	8	8				11		10	
11h00-12h00	11				5		11	9			7		9	
13h00-14h00	10				11		9				8		6	
14h00-15h00	6				6		8				8	6	6	
15h00-16h00	7				9		8				7		9	5
16h00-17h00														
Total	61	5	0	0	60	8	71	9	0	0	58	6	60	5

Promedio de llegada/hora	8,86
Promedio de servicio/hora	6,60

Fuente: El autor

4.2.7.1 Modelo M/M/1.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta un solo canal para determinar las características operativas.

Tabla 14

Tasa media de llegada y servicio de los días jueves.

Jueves	Tasa media de llegada (λ)	Tasa media de servicio (μ)	Unidades
	8,86	6,60	Usuario/hora

Tasa media de llegada y servicio obtenida de la Tabla 13 Fuente: Elaboración propia.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema

$$P_0 = 1 - \lambda/\mu$$

$$P_0 = 1 - 8,86/6,60$$

$$P_o = -0,34 \%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$L_q = \lambda^2 / \mu(\mu - \lambda)$$

$$L_q = 8,86^2 / 6,60(6,60 - 8,86)$$

$$L_q = -26,88$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = L_q + \lambda / \mu$$

$$L = -26,88 + 8,86 / 6,60$$

$$L = -25,54$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq / \lambda$$

$$Wq = -26,88 / 8,86$$

$$Wq = -3,03$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1 / \mu$$

$$W = -3,03 + 1 / 6,60$$

$$W = -2,88$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = \lambda / \mu$$

$$Pw = 8,86 / 6,60$$

$$Pw = 134\%$$

4.2.8. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Múltiples Canales Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Jueves

4.2.8.1. M/M/2.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 2 canales ($k=2$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 8,86/6,60$$

$$\lambda/\mu = 1,34$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=2$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,1985$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 19,85\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(8,86/6,60)^2 * 8,86 * 6,60}{(2-1)! (2 * 6,60 - 8,86)^2} * 0,1985$$

$$Lq = 1,11 \text{ usuario}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 1,11 + 8,86/6,60$$

$$L = 2,45 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 1/8,86$$

$$Wq = 0,13horas = 7,8minutos.$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,13 + 1/6,60$$

$$W = 0,28 horas = 16,8 minutos$$

- Probabilidad de que una unidad llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$Pw = 1/2! * (8,60/6,60)^2 * (2 * 6,60/(2 * 6,60 - 8,86)) * 0.1985$$

$$Pw = 0,54$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 54\%$$

4.2.8.2. M/M/3.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 3 canales ($k=3$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 8,86/6,60$$

$$\lambda/\mu = 1,34$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_0 para los datos de entrada λ/μ y $k=3$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2534$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 25,34\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(8,86/6,60)^3 * 8,86 * 6,60}{(3-1)! (3 * 6,60 - 8,86)^2} * 0,2534$$

$$Lq = 0,15 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,15 + 8,86/6,60$$

$$L = 1,49 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,15/8,86$$

$$Wq = 0,02 \text{ horas} = 1,2 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,02 + 1/6,60$$

$$W = 0,17 \text{ horas} = 10,2 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_o$$

$$Pw = 1/3! * (8,60/6,60)^3 * (3 * 6,60/(3 * 6,60 - 8,86)) * 0,2534$$

$$P_w = 0,18$$

En término porcentual tenemos:

$$P_w = 18\%$$

4.2.8.3. M/M/4.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 4 canales ($k=4$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 8,86/6,60$$

$$\lambda/\mu = 1,34$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=4$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2614$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 26,14\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(8,86/6,60)^4 * 8,86 * 6,60}{(4-1)! (4 * 6,60 - 8,86)^2} * 0,2614$$

$$Lq = 0,03 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,03 + 8,86/6,60$$

$$L = 1,37 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,03/8,86$$

$$Wq = 0,0 \text{ horas}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,00 + 1/6,60$$

$$W = 0,15 \text{ horas} = 9 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$Pw = 1/4! * (8,86/6,60)^4 * (4 * 6,60/(4 * 6,60 - 8,86)) * 0,2614$$

$$Pw = 0,05$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 5\%$$

Tabla 15

Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día jueves.

Características Operativas	Jueves				Unidades
	1	Servidores (k)			
		2	3	4	
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema (P_0)	-34	19,85	25,34	26,14	%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera (L_q)	-26,88	1,11	0,15	0,03	Usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema (L)	-25,54	2,45	1,49	1,37	Usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera (W_q)	-3,03	0,13	0,02	0,00	Horas
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema (W)	-2,88	0,28	0,17	0,15	Horas
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio (P_w)	134	54	18	0,5	%

Fuente: El autor

1.

4.2.9. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Un Solo Canal Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Viernes

Tabla 16

Registro de datos de los días viernes.

DÍAS VIERNES														
Fecha	05/03/2021		12/03/2021		18/03/2021		26/03/2021		02/03/2021		09/04/2021		16/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	6	6	Suspensión del servicio por caída de ceniza		11		11		Feriado		8		9	
09h00-10h00	9				8		10				5		6	
10h00-11h00	8				9	6	11				11		11	
11h00-12h00	11				8		7	6			6		8	
13h00-14h00	9				6		8				9		9	
14h00-15h00	8				7		9				7	7	13	
15h00-16h00	8				8		8				6		11	6
16h00-17h00														
Total	59	6	0	0	57	6	64	6	0	0	52	7	67	6

Promedio de llegada/hora	8,54
Promedio de servicio/hora	6,20

Fuente: El autor

4.2.9.1 Modelo M/M/1.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta un solo canal para determinar las características operativas.

Tabla 17

Tasa media de llegada y servicio de los días viernes.

Viernes	Tasa media de llegada (λ)	Tasa media de servicio (μ)	Unidades
	8,54	6,20	Usuario/hora

Tasa media de llegada y servicio obtenida de la Tabla 16 Fuente: Elaboración propia.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema

$$P_o = 1 - \lambda/\mu$$

$$P_o = 1 - 8,54/6,20$$

$$P_o = -0,38\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$L_q = \lambda^2 / \mu(\mu - \lambda)$$

$$L_q = 8,54 / 6,20(6,20 - 8,54)$$

$$L_q = -27,53$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = L_q + \lambda / \mu$$

$$L = -27,53 + 8,54 / 6,20$$

$$L = -26,15$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$W_q = L_q / \lambda$$

$$W_q = -27,53 / 8,54$$

$$W_q = -3,22$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = W_q + 1 / \mu$$

$$W = -3,22 + 1 / 6,20$$

$$W = -3,06$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$P_w = \lambda / \mu$$

$$P_w = 8,54 / 6,20$$

$$P_w = 138\%$$

4.2.10. Cálculos De Las Características Operativas Del Modelo De Teoría De Colas De Múltiples Canales Con Llegadas De Poisson Y Tiempos De Servicios Exponenciales Para El Día Viernes

4.2.10.1. M/M/2.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 2 canales ($k=2$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 8,54/6,20$$

$$\lambda/\mu = 1,38$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=2$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,1838$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 18,38\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(8,54/6,20)^2 * 8,54 * 6,20}{(2-1)! (2 * 6,20 - 8,54)^2} * 0,1838$$

$$Lq = 1,24 \text{ usuario}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 1 + 8,54/6,20$$

$$L = 2,62 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 1,24/8,54$$

$$Wq = 0,15 \text{ horas} = 9 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,15 + 1/6,20$$

$$W = 0,31 \text{ horas} = 18,6 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$Pw = 1/2! * (8,54/6,20)^2 * (2 * 6,20/(2 * 6,20 - 8,54)) * 0.1838$$

$$Pw = 0,56$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 56\%$$

4.2.10.2. M/M/3.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 3 canales ($k=3$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 8,54/6,20$$

$$\lambda/\mu = 1,38$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_0 para los datos de entrada λ/μ y $k=3$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2418$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 24,18\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(8,54/6,20)^3 * 8,54 * 6,20}{(3-1)! (3 * 6,20 - 8,54)^2} * 0,2418$$

$$Lq = 0,17 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,17 + 8,54/6,20$$

$$L = 1,54 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,17/8,54$$

$$Wq = 0,02 \text{ horas} = 1,2 \text{ minutos.}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,02 + 1/6,20$$

$$W = 0,18 \text{ horas} = 10,8 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_o$$

$$Pw = 1/3! * (8,54/6,20)^3 * (3 * 6,20/(3 * 6,20 - 8,54)) * 0,2418$$

$$P_w = 0,19$$

En término porcentual tenemos:

$$P_w = 19\%$$

4.2.10.3. M/M/4.

Tasa de llegada, tasa de servicio y se toma en cuenta 4 canales ($k=4$) para determinar las características operativas.

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$\lambda/\mu = 8,54/6,20$$

$$\lambda/\mu = 1,38$$

Mediante el uso del Anexo 2 Hallamos el valor correspondiente del P_o para los datos de entrada λ/μ y $k=4$.

Donde se encuentra que:

$$P_o = 0,2504$$

En término porcentual tenemos:

$$P_o = 25,04\%$$

- Cantidad promedio de unidades en la línea de espera

$$Lq = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)! (k\mu - \lambda)^2} * P_o$$

$$Lq = \frac{(8,54/6,20)^4 * 8,54 * 6,20}{(4-1)! (4 * 6,20 - 8,54)^2} * 0,2505$$

$$Lq = 0,03 \text{ usuarios}$$

- Cantidad promedio de unidades en el sistema

$$L = Lq + \lambda/\mu$$

$$L = 0,03 + 8,54/6,20$$

$$L = 1,41 \text{ usuarios}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera

$$Wq = Lq/\lambda$$

$$Wq = 0,03/8,54$$

$$Wq = 0,0 \text{ horas}$$

- Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema

$$W = Wq + 1/\mu$$

$$W = 0,00 + 1/6,20$$

$$W = 0,16 \text{ horas} = 9,6 \text{ minutos}$$

- Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por un servicio

$$Pw = 1/k! * (\lambda/\mu)^k * (K\mu/(K\mu - \lambda)) * P_0$$

$$Pw = 1/4! * (8,54/6,20)^4 * (4 * 6,20/(4 * 6,20 - 8,54)) * 0,2504$$

$$Pw = 0,06$$

En término porcentual tenemos:

$$Pw = 6\%$$

Tabla 18

Resultados paramétricos de las características operativas correspondientes al día viernes.

Características Operativas	Viernes				Unidades
	1	Servidores (k)			
		2	3	4	
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema (P_0)	-38	18,38	24,18	25,04	%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera (L_q)	-27,53	1,24	0,17	0,03	Usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema (L)	-26,15	2,62	1,54	1,41	Usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera (W_q)	-3,22	0,15	0,02	0,00	Horas
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema (W)	-3,06	0,31	0,18	0,16	Horas
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio (P_w)	138	56	19	0,6	%

Fuente: El autor

4.2.11. Resultados Globales Del Análisis De Las Características Operativas

Tabla 19

Resultados globales por días

Características Operativas	Días																				Unidades
	Lunes				Martes				Miércoles				Jueves				Viernes				
	K1	K2	K3	K4	K1	K2	K3	K4	K1	K2	K3	K4	K1	K2	K3	K4	K1	K2	K3	K4	
Probabilidad de que no haya unidades en el sistema (Po)	-61,28	11	18,51	19,74	-33,19	20,22	25,63	26,42	-31,55	20,58	25,92	26,70	-34,24	19,85	25,34	26,14	-37,74	18,38	24,18	25,04	%
Cantidad promedio de unidades en la línea de espera (Lq).	-65,89	3,08	0,33	0,06	-30,02	1,07	0,14	0,03	-29,02	1,00	0,14	0,02	-26,88	1,11	0,15	0,03	-27,53	1,24	0,17	0,03	Usuarios
Cantidad promedio de unidades en el sistema (L).	-64,28	4,69	1,94	1,68	-28,69	2,40	1,48	1,36	-27,70	2,32	1,45	1,34	-25,54	2,45	1,49	1,37	-26,15	2,62	1,54	1,41	Usuarios
Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera (Wq).	-6,35	0,30	0,03	0,01	-3,16	0,11	0,02	0,00	-3,03	0,10	0,01	0,00	-3,03	0,13	0,02	0,00	-3,22	0,15	0,02	0,00	Hora
Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema (W).	-6,20	0,45	0,19	0,16	-3,02	0,25	0,16	0,14	-2,89	0,24	0,15	0,14	-2,88	0,28	0,17	0,15	-3,06	0,31	0,18	0,16	Hora
Probabilidad de que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio (Pw)	161	0,74	0,28	0,09	133	0,54	0,18	0,05	131	0,52	0,18	0,05	134	0,54	0,18	0,05	138	0,56	0,19	0,06	%

Elaborado por: El Autor

Conclusión

- Posterior a la aplicación de las encuestas y el procesamiento de los datos, los resultados nos revelan que el 78% de los usuarios encuestados responden que esperan un tiempo estimado de 1 hora a 2 horas y en cuanto al nivel satisfacción del servicio, el 48% de los usuarios encuestados están insatisfechos en relación al tiempo de espera. También podemos observar que el aspecto de mejora con mayor frecuencia es la implementación de un nuevo servidor ya que 39 personas de 65 encuestados eligen esta opción y seguido a esto, el aspecto de mejoramiento de métodos de procesos tiene un alto porcentaje de frecuencia que 28 personas de 65 seleccionan esta opción.
- Mediante el uso del estudio de Teoría de Colas con modelos de un solo canal y múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial, se obtuvo los resultados referentes a la eficiencia del servidor, siendo así que el sistema de un solo canal es ineficiente con respecto al tiempo de servicio ya que las características operativas arrojan datos negativos los cuales son irrelevantes. En cuanto a la aplicación del modelo de múltiples canales se analiza los datos con $K=1$, $K=2$, $K=3$ y $K=4$ donde se encuentra que el sistema con $K=2$ (2 canales) es óptimo, siendo así que para día lunes el promedio de usuarios esperando en la línea de espera $L_q = 3,08$, el promedio de usuarios esperando en el sistema $L = 4,69$, el tiempo promedio de espera en la cola $W_q = 0,30$ horas y el tiempo promedio que el usuario espera en el sistema $W = 0,45$ horas. Para día martes el promedio de usuarios esperando en la línea de espera $L_q = 1,07$, promedio de usuarios esperando en el sistema $L = 2,40$, el tiempo promedio de espera en la cola $W_q = 0,11$ horas y el tiempo promedio que el usuario espera en el sistema $W = 0,25$ horas. Para día miércoles el promedio de usuarios esperando en la línea de espera $L_q = 1,00$, promedio de usuarios esperando en el sistema $L = 2,32$, el tiempo promedio de espera en la cola $W_q = 0,10$ horas y el tiempo promedio que el usuario espera en el sistema $W = 0,24$ horas.

Para día jueves el promedio de usuarios esperando en la línea de espera $L_q = 1,11$, promedio de usuarios esperando en el sistema $L = 2,45$, el tiempo promedio de espera en la cola $W_q = 0,13$ horas y el tiempo promedio que el usuario espera en el sistema $W = 0,28$ horas. Para día viernes el promedio de usuarios esperando en la línea de espera $L_q = 1,24$, promedio de usuarios esperando en el sistema $L = 2,62$, el tiempo promedio de espera en la cola $W_q = 0,15$ horas y el tiempo promedio que el usuario espera en el sistema $W = 0,31$ horas. Con estos resultados podemos concluir que el sistema es óptimo con $K=2$ (2 canales) ya que el número de usuarios esperando por el servicio es menor a 5 y el tiempo promedio que esperan por el servicio es menor a 30 minutos.

- Al ejecutar la propuesta de incrementar un servidor al sistema, los resultados en cuanto a la tasa promedio de servicio se reduce y por ende, el tiempo que el usuario debe esperar en el sistema es mucho menor en comparación al sistema de un solo canal. Esta mejora permite a que el proceso de matriculación vehicular sea más eficiente y con ello brindar un servicio que cumpla con las expectativas del usuario.

Recomendaciones

- Es importante tomar en cuenta las opiniones de las personas ya que mediante esto se puede determinar las falencias de cualquier tipo proceso ya sea en una empresa de bienes o servicios, pública o privada. Por ello se recomienda tener énfasis en los resultados de la encuesta ya que en la misma se demostró los factores o aspectos que se debería mejorar.
- Se recomienda tomar en consideración la propuesta presentada ya que se demostró mediante la aplicación del estudio de Teoría de Colas y análisis de líneas de espera, que el sistema es óptimo con la implementación de un servidor adicional y los costos relacionados son viables.
- Es importante también tomar en cuenta la actualización de los métodos de cobro ya que actualmente, el cálculo de los valores a cobrar se realiza de forma manual, razón por la cual se genera demoras innecesarias en la recepción de documentos.

Referencias

- Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., Camm, J., & Martin, K. (2011). *Métodos cuantitativos para los negocios* (Decimoprimer ed.). Mexico: South-Western Cengage Learning.
https://frh.cvg.utn.edu.ar/pluginfile.php/23471/mod_resource/content/1/metodos-cuantitativos-para-los-negocios-anderson-11th.pdf
- Cazorla, F. (2014). *Análisis estadístico mediante teoría de colas para determinar el nivel de satisfacción del paciente atendido en el Departamento de Admisiones del Hospital Provincial General Docente de Riobamba* [Tesis de Ingeniería, Escuela Superior Politecnica de Ch.]. Repositorio Institucional.
<http://dspace.esPOCH.edu.ec/handle/123456789/3207>
- GADM-Colta, G. A. (2020). *Informe de Actividaes* [Archivos de la unidad de matriculación vehicular].
- Gómez, E. (2018). *Propuesta de mejora mediante modelo de teoria de colas para el estudio de frecuencias en la empresa transportes FONTIBÓN S.A, ruta ZP - C66* [Tesis de Ingeniería, Universidad Catolica de Colombia]. Repositorio Institucional.
<https://repository.ucatolica.edu.co/bitstream/10983/16100/1/Elvira%20Gamez%20-%20Trabajo%20de%20grado%20-%20PROPUESTA%20DE%20MEJORA%20MEDIANTE%20MODELO%20DE%20TEOR%C3%8DA%20DE%20COLAS%20PARA%20EL%20.pdf>
- Martinez, C. (2009). *Análisis de redes de colas modeladas con tiempos entre llegadas exponenciales e híper erlang para la asignación eficiente de los recursos*[Tesis de Ingeniería, Pontificia Universidad Javeriana]. Repositorio Intitucional.
<http://hdl.handle.net/10554/7286>

Paguay, J. (2020). *Estudio de teoría de colas en el Área de Información de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM Riobamba [Tesis de ingeniería, Universidad Nacional de Chimborazo]*. Repositorio Institucional. Obtenido de <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/6419>

Santiago, H. (2017). *Emprendices*. Obtenido de <https://www.emprendices.co/teoria-colas-lineas-espera/>

Tamayo, J. (2017). *Aplicación de un modelo en colas para determinar el número óptimo de ventanillas que satisfaga a los usuarios de la Empresa Eléctrica matriz Riobamba. [Tesis de Ingeniería, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]*. Repositorio Institucional. Obtenido de <http://dspace.esPOCH.edu.ec/handle/123456789/8350>

Propuesta

Tema

Mejoramiento en el proceso de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta, mediante el incremento de un canal de servicio.

6.1. Objetivo

Realizar mejoras en el proceso de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta, mediante el incremento de un canal para incrementar la eficiencia en cuanto al tiempo de servicio.

6.2. Justificación

La aplicación de las encuestas a los usuarios en el área de matriculación vehicular, nos reflejaron resultados específicos sobre los aspectos más relevantes de los cuales tenemos, que un alto porcentaje de encuestados responden que esperan un intervalo de tiempo elevado, entre 1 hora a 2 horas y esto genera malestar a los usuarios. Estos indicadores causan que la mayoría de las personas encuestadas responden que están insatisfechos con el servicio.

Acorde a los resultados obtenidos mediante la aplicación del estudio de Teoría de Colas con modelos de un canal y múltiples canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial, reflejan que el sistema actual de un solo canal es ineficiente, ya que la tasa media de servicio es inferior a la tasa media de llegada y esto conlleva a que se genere colas de espera.

A raíz de estos resultados, prevalece la importancia de mejorar el servicio mediante la inclusión de un nuevo servidor en el sistema para incrementar la capacidad en cuanto al tiempo de servicio y con ello también reducir la cantidad de usuarios en la línea de espera.

6.3. Descripción de la propuesta

Para el mejoramiento del proceso de matriculación vehicular se debería adicionar un servidor en el sistema ya que con esto se reduce considerablemente el tiempo de servicio y también el tiempo de espera.

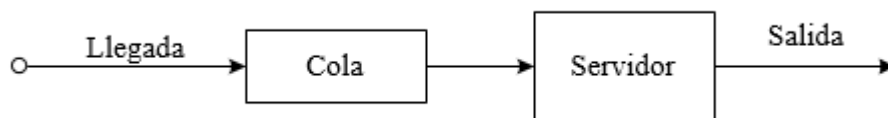
Aplicando el incremento de un servidor adicional, el sistema se convierte en el modelo de múltiples canales y esto permitirá que el flujo de salida de los trámites sea superior ya que se dispondrá de 2 servidores y con ello, el tiempo de espera de los usuarios se reduce.

A continuación se presenta el modelo actual y propuesto:

6.3.1. Modelo Actual

Figura 11

Modelo de cola actual



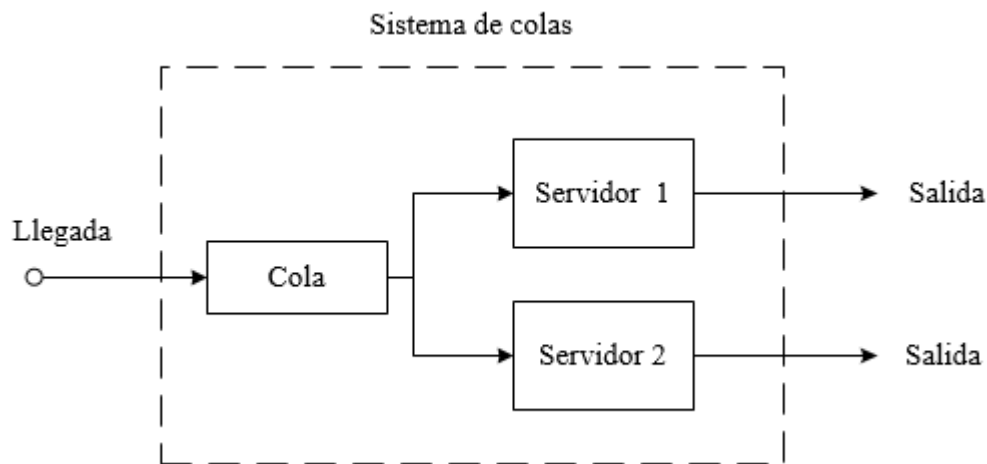
Fuente: (Tamayo, 2017)

Actualmente, en el servidor trabajan 2 personas de forma directa y una persona de forma indirecta. Uno es encargado de recibir los documentos y realizar los cobros y otro que realiza la digitación. La persona que trabaja de forma indirecta en el servidor es encargado de ingresar los comprobantes de pago al sistema interno de la institución y no influye en el funcionamiento del proceso.

6.3.2. Modelo Propuesto

Figura 12

Modelo de colas propuesto



Fuente: (Tamayo, 2017)

Con el incremento de un servidor adicional también se incrementa 2 trabajadores al sistema y acorde al estudio realizado con la teoría de cola, se logra reducir de forma significativa la cantidad promedio de unidades en la línea de espera (L_q), la cantidad promedio de unidades en el sistema (L), el tiempo promedio que pasa el usuario en la línea de espera (W_q) así como también el tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema (W). La disminución de estos indicadores, incrementan la eficiencia del sistema ya que los usuarios tendrán que esperar menos tiempo.

6.4. Análisis Económico de Líneas De Espera

6.4.1. Costo De Espera Por Periodo De Tiempo De Cada Unidad

Para la determinación del costo asociado al periodo de espera, se toma en cuenta el Salario Básico Unificado (SBU) actual de un trabajador regular que es de \$ 400,00 el mismo que debe cumplir con 160 horas de trabajo.

En base a esto se determina que:

$$C_w = \$ 400/160 \text{ horas}$$

$$C_w = \$ 2,50/\text{hora}$$

6.4.2. Costo De Servicio Por Periodo De Tiempo De Cada Canal

Para determinar el costo asociado del servicio se toma en cuenta a los 2 trabajadores que laboran de forma directa en el servidor y esto corresponde al sueldo que percibe cada uno que es de \$ 675,00 y que en este caso para realizar el estudio seria \$1350,00 considerando el sueldo de las dos personas. Se sabe también que al mes se completa 160 horas de trabajo.

Por lo tanto tenemos lo siguiente:

$$C_s = \$1350 /160 \text{ horas}$$

$$C_s = \$ 8,44/\text{hora}$$

6.4.3. Costo De Línea De Espera

6.4.3.1. Determinación De Costos De Línea De Espera Para El Día Lunes.

$$K=2$$

$$C_w = \$ 2,50/\text{hora}$$

$$C_s = \$ 8,44/\text{hora}$$

$$L = 4,69 \text{ usuarios}$$

$$TC = C_w L + C_s k$$

$$TC = \$2,50/\text{hora} * 4,69 \text{ usuarios} + \$ 8,44/\text{hora} * 2$$

$$TC = \$ 28,60/\text{hora}$$

6.4.3.2. Determinación De Costos De Línea De Espera Para El Día Martes.

$$K=2$$

$$C_w = \$ 2,50/\text{hora}$$

$$C_s = \$ 8,44/\text{hora}$$

$$L = 2,40 \text{ usuarios}$$

$$TC = C_w L + C_s k$$

$$TC = \$2,50/hora * 2,40usuarios + \$ 8,44/hora * 2$$

$$TC = \$ 22,88/hora$$

6.4.3.3. Determinación De Costos De Línea De Espera Para El Día Miércoles.

$$K=2$$

$$C_w = \$ 2,50/hora$$

$$C_s = \$ 8,44/hora$$

$$L = 2,32 usuarios$$

$$TC = C_wL + C_s k$$

$$TC = \$2,50/hora * 2,32 usuarios + \$ 8,44/hora * 2$$

$$TC = \$ 22,68/hora$$

6.4.3.4. Determinación De Costos De Línea De Espera Para El Día Jueves.

$$K=2$$

$$C_w = \$ 2,50/hora$$

$$C_s = \$ 8,44/hora$$

$$L = 2,45 usuarios$$

$$TC = C_wL + C_s k$$

$$TC = \$2,50/hora * 2,45 usuarios + \$ 8,44/hora * 2$$

$$TC = \$ 23,00/hora$$

6.4.3.5. Determinación De Costos De Línea De Espera Para El Día Viernes.

$$K=2$$

$$C_w = \$ 2,50/hora$$

$$C_s = \$ 8,44/hora$$

$$L = 2,62 usuarios$$

$$TC = C_wL + C_s k$$

$$TC = \$2,50/hora * 2,62 usuarios + \$ 8,44/hora * 2$$

$$TC = \$ 23,43/hora$$

6.4.4. Tabla generalizada de costos de líneas de espera por días.

Tabla 20

Tabla resumida de los costos

Días	Costo (\$/h)
Lunes	28,60
Martes	22,88
Miércoles	22,68
Jueves	23,00
Viernes	23,43
Promedio	24,12

Elaborado por: El autor

Acorde a los cálculos realizados, se tiene que el costo promedio de la línea de espera es de \$24,12/hora.

Anexos

Anexo 1. Encuesta Aplicada A Los Usuarios De La De La Dirección De Movilidad Tránsito Y Transporte Del GADM De Colta.



ENCUESTA A USUARIOS

Objetivo: Aplicar una encuesta a los usuarios para determinar el nivel de satisfacción en cuanto al servicio en el área de matriculación vehicular de la Dirección de Movilidad Tránsito y Transporte del GADM de Colta.

Fecha:.....

Por favor, responda cada una de las preguntas con la mayor sinceridad posible ya que esto permitirá a mejorar el servicio.

1. ¿Le brindan información necesaria en el área para evitar demoras o contratiempos?
Sí No
2. Cuando usted llega al servicio. ¿Existe personas esperando para ser atendido?
Sí No
3. ¿La recepción de documentos es ágil?
Sí No
4. ¿Qué tiempo aproximado espero en ser atendido?
30 Minutos 1 Hora 2 Horas Más de 2 Horas
5. ¿Considera usted que la instalación es adecuada para evitar la cogestión de vehículos y demoras en la línea de espera?
Sí No
6. ¿El personal está presto a escucharle y a responder sus inquietudes de forma rápida?
Sí No
7. ¿Cuál es su nivel de satisfacción con el servicio en el área de matriculación vehicular relacionado al tiempo de espera?
Muy satisfecho Satisfecho Insatisfecho Muy insatisfecho
8. De los siguientes aspectos. Seleccione cuál o cuáles debería aplicarse para reducir el tiempo de espera.

ASPECTOS	SELECCIÓN
Capacitación al personal	
Incrementar más servidores (ventanilla de atención)	
Ampliar instalaciones para mejorar el flujo del proceso	
Personal más eficiente y rápido	
Mejoramiento de los métodos de proceso	

Anexo 2. Tabla de valores de P_0 para modelos de líneas de espera con múltiples canales, llegadas de Poisson y de servicio exponencial.

Razón λ/μ	Número de canales (k)			
	2	3	4	5
0.15	0.8605	0.8607	0.8607	0.8607
0.20	0.8182	0.8187	0.8187	0.8187
0.25	0.7778	0.7788	0.7788	0.7788
0.30	0.7391	0.7407	0.7408	0.7408
0.35	0.7021	0.7046	0.7047	0.7047
0.40	0.6667	0.6701	0.6703	0.6703
0.45	0.6327	0.6373	0.6376	0.6376
0.50	0.6000	0.6061	0.6065	0.6065
0.55	0.5686	0.5763	0.5769	0.5769
0.60	0.5385	0.5479	0.5487	0.5488
0.65	0.5094	0.5209	0.5219	0.5220
0.70	0.4815	0.4952	0.4965	0.4966
0.75	0.4545	0.4706	0.4722	0.4724
0.80	0.4286	0.4472	0.4491	0.4493
0.85	0.4035	0.4248	0.4271	0.4274
0.90	0.3793	0.4035	0.4062	0.4065
0.95	0.3559	0.3831	0.3863	0.3867
1.00	0.3333	0.3636	0.3673	0.3678
1.20	0.2500	0.2941	0.3002	0.3011
1.40	0.1765	0.2360	0.2449	0.2463
1.60	0.1111	0.1872	0.1993	0.2014
1.80	0.0526	0.1460	0.1616	0.1646
2.00		0.1111	0.1304	0.1343
2.20		0.0815	0.1046	0.1094
2.40		0.0562	0.0831	0.0889
2.60		0.0345	0.0651	0.0721
2.80		0.0160	0.0521	0.0581
3.00			0.0377	0.0466
3.20			0.0273	0.0372
3.40			0.0186	0.0293
3.60			0.0113	0.0228
3.80			0.0051	0.0174
4.00				0.0130
4.20				0.0093
4.40				0.0063
4.60				0.0038
4.80				0.0017

Valores de la probabilidad que no haya unidades en la línea de espera P_0 . Fuente:

(Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2011)

Anexo 3. Línea De Espera Actual En El Área De Matriculación Del GADM De Colta.

Ilustración 1

Línea de espera actual en el área de matriculación



(Fuente: Elaboración propia)

Ilustración 2

Usuarios esperando por el servicio



(Fuente: Elaboración propia)

Anexo 3. Evidencia Fotográfica De La Aplicación De Encuesta A Usuarios En El Área De Matriculación Vehicular De La Dirección De Movilidad Tránsito Y Transporte Del GADM De Colta.

Ilustración 3

Aplicación de la encuesta a los usuarios



(Fuente: Elaboración propia)

Ilustración 4

Aplicación de la encuesta a los usuarios



(Fuente: Elaboración propia)

Ilustración 5

Aplicación de encuesta a los usuarios



(Fuente: Elaboración propia)

Ilustración 6

Aplicación de la encuesta a los usuarios



(Fuente: Elaboración propia)

Anexo 4. Matriz de datos de número de llegada y número de servicio

DÍAS LUNES														
Fecha	01/03/2021		08/03/2021		15/03/2021		22/03/2021		29/03/2021		05/04/2021		12/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	13	6	8		13		7		6		10		11	
09h00-10h00	11		14	7	7		8		9		8		9	
10h00-11h00	12		11		11	7	14		16		7		11	
11h00-12h00	14		15		12		12	8	13		8		10	
13h00-14h00	10		8		5		9		15	9	10		8	
14h00-15h00	11		10		10		11		13		12	8	9	
15h00-16h00	9		11		4		16		9		8		10	7
16h00-17h00														
Total	80	6	77	7	62	7	77	8	81	9	63	8	68	7

Promedio de llegada/hora	10,37
Promedio de servicio/hora	6,43

DÍAS MARTES														
Fecha	02/03/2021		09/03/2021		16/03/2021		23/03/2021		30/03/2021		06/04/2021		13/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	9	8	8		7		15		11		9		7	
09h00-10h00	11		7	7	8		10		16		7		11	
10h00-11h00	9		9		14	8	10		12		17		9	
11h00-12h00	12		9		9		6	6	11		9		10	
13h00-14h00	10		11		10		10		9	7	8		7	
14h00-15h00	8		6		8		11		12		7	7	9	
15h00-16h00	6		9		8		8		9		8		10	7
16h00-17h00														
Total	65	8	59	7	64	8	70	6	80	7	65	7	63	7

Promedio de llegada/hora	9,51
Promedio de servicio/hora	7,14

DÍAS MIÉRCOLES														
Fecha	03/03/2021		10/03/2021		17/03/2021		24/03/2021		31/03/2021		07/04/2021		14/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	12	10	6		11		15		12		11		9	
09h00-10h00	9		9	9	6		13		15		11		10	
10h00-11h00	10		9		7	7	11		18		8		7	
11h00-12h00	7		7		16		10	6	8		9		9	
13h00-14h00	10		9		11		8		10	7	10		11	
14h00-15h00	9		12		6		7		11		7	6	8	
15h00-16h00	11		11		4		7		9		5		9	6
16h00-17h00														
Total	68	10	63	9	61	7	71	6	83	7	61	6	63	6

Promedio de llegada/hora	9,59
Promedio de servicio/hora	7,29

DÍAS JUEVES														
Fecha	04/03/2021		11/03/2021		17/03/2021		25/03/2021		01/03/2021		08/04/2021		15/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	5	5	Suspensión del servicio por caída de ceniza		11		14		Feriado		8		8	
09h00-10h00	13				7		13				9		12	
10h00-11h00	9				11	8	8				11		10	
11h00-12h00	11				5		11	9			7		9	
13h00-14h00	10				11		9				8		6	
14h00-15h00	6				6		8				8	6	6	
15h00-16h00	7				9		8				7		9	5
16h00-17h00														
Total	61	5	0	0	60	8	71	9	0	0	58	6	60	5

Promedio de llegada/hora	8,86
Promedio de servicio/hora	6,60

DÍAS VIERNES														
Fecha	05/03/2021		12/03/2021		18/03/2021		26/03/2021		02/03/2021		09/04/2021		16/04/2021	
Hora	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
08h00-09h00	6	6	Suspensión del servicio por caída de ceniza		11		11		Feriado		8		9	
09h00-10h00	9				8		10				5		6	
10h00-11h00	8				9	6	11				11		11	
11h00-12h00	11				8		7	6			6		8	
13h00-14h00	9				6		8				9		9	
14h00-15h00	8				7		9				7	7	13	
15h00-16h00	8				8		8				6		11	6
16h00-17h00														
Total	59	6	0	0	57	6	64	6	0	0	52	7	67	6

Promedio de llegada/hora	8,54
Promedio de servicio/hora	6,20