

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO**

**PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:  
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

**APRENDIENDO LA CINEMÁTICA DE  
UNA FORMA DIDÁCTICA**

**Autor:**

Steven Xavier Vargas Aguinda

**Tutor:**

Mgs. Cristian Carranco Ávila

**Primer Año de Bachillerato**

## PRESENTACIÓN

La Cinemática es una rama esencial de la Física que permite explorar el comportamiento del movimiento sin las complicaciones de las fuerzas que lo impulsan. Así, la guía “Aprendiendo la Cinemática de una forma didáctica” ofrece un viaje desde el Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.) hasta el Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.), a través de los conceptos fundamentales para sumergirse en el universo fascinante donde el movimiento cobra vida.

A lo largo de esta guía, se explora en detalle los temas vitales sobre el movimiento en el universo, pues cada concepto ofrece una perspectiva única sobre él, y es una puerta hacia la comprensión más profunda de nuestro entorno. Por tanto, sumergirse en estos temas no solo enriquece nuestro conocimiento, sino que también nos conecta con la esencia misma del movimiento en la naturaleza.

Para hacer que este éxodo de conocimiento sea aún más estimulante, se ha incorporado cada tópico a tratar con una estrategia pedagógica innovadora diferente. En tal sentido, está diseñada con el Aprendizaje Basado en Proyectos y Problemas, Gamificación y Simuladores Digitales Educativos, de esta manera cada estrategia involucra a los estudiantes de manera activa, incluso los Experimentos en Laboratorio añaden una dimensión práctica, permitiendo que el aprendizaje trascienda los confines del aula y se convierta en una experiencia inmersiva.

De esta manera, la combinación de teoría, práctica y aplicación permite a los estudiantes ser guiados hacia la comprensión de los conceptos fundamentales de la cinemática y su relevancia en el mundo real. Así, esta guía está diseñada para ser un recurso invaluable tanto para discentes como para docentes que desean explorar el fascinante mundo de la Cinemática de una manera innovadora y estimulante.

Descubre el conocimiento del movimiento a través de “Aprendiendo la Cinemática de una forma didáctica”.

## OBJETIVOS

### **Objetivo general:**

Promover el aprendizaje activo y significativo de conceptos fundamentales de la Cinemática a través de una guía interactiva, práctica y dinámica que integre diversas estrategias pedagógicas para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas y la aplicación de conceptos en contextos reales.

### **Objetivos específicos:**

- Fomentar la comprensión integral de los principios de la Cinemática mediante la aplicación de varias estrategias pedagógicas.
- Desarrollar habilidades prácticas a través de la participación activa, experimentación y análisis crítico en la resolución de problemas de manera efectiva.
- Estimular la autonomía, motivación y compromiso con el aprendizaje en los estudiantes y docentes a través de un ambiente estimulante y enriquecedor.

## INTRODUCCIÓN

El diseño de la guía para la enseñanza - aprendizaje de la Física se enfoca en diversas estrategias metodológicas que fomentan la participación activa del estudiante, con la finalidad de promover y lograr un aprendizaje significativo de la Cinemática. Así, se eligieron cinco estrategias para abordar los cinco temas de esta guía, es decir una para cada tema, por ello es importante conocer de manera resumida cada una de ellas. Los contenidos teóricos se obtuvieron de diferentes fuentes bibliográficas como libros en línea y el texto que ofrece el MINEDUC.

*Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP):* Es una estrategia que involucra a los estudiantes en la resolución de problemas y creación de productos o soluciones tangibles, permitiéndoles desarrollar habilidades de investigación, colaboración y resolución de problemas mientras trabajan en proyectos relacionados con la Física. De esta manera, fomenta la autonomía y creatividad, por medio de la aplicación de conceptos teóricos en contextos prácticos. Sin embargo, su implementación requiere un cuidadoso diseño de proyectos y una guía adecuada por parte del docente para asegurar el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje.

*Simuladores educativos digitales:* Al ser trabajados como estrategia pedagógica se convierten en una herramienta interactiva para explorar conceptos físicos de manera virtual. Pues, permiten a los estudiantes experimentar fenómenos difíciles de replicar en un entorno tradicional de laboratorio, además de proporcionar retroalimentación inmediata y la posibilidad de repetir experimentos múltiples veces. No obstante, la falta de acceso a tecnología adecuada puede limitar su implementación.

*Gamificación:* Esta estrategia integra elementos del juego en el proceso de aprendizaje para motivar y comprometer a los estudiantes. En el contexto de la Física, se pueden crear juegos para simular situaciones físicas, resolver problemas o retar a los estudiantes a aplicar conceptos teóricos en desafíos grupales. De allí que, la gamificación puede aumentar la motivación intrínseca de los estudiantes y fomentar la competencia saludable en base a los objetivos de aprendizaje de la clase, unidad, o ciclo escolar.

*Experimentos y Laboratorio:* La metodología permite a los discentes observar y manipular variables físicas en entornos controlados, lo que facilita la comprensión de conceptos abstractos. Por lo tanto, los laboratorios proporcionan una experiencia práctica que

complementa la instrucción teórica, promoviendo el pensamiento crítico y la habilidad para diseñar experimentos.

*Aprendizaje Basado en Problemas:* Es una estrategia que involucra a los estudiantes en la resolución de situaciones problemáticas que reflejan desafíos del mundo real relacionados con la Física. Esta metodología fomenta el pensamiento crítico, la colaboración y la aplicación de conceptos en contextos auténticos, por lo que puede ser trabajada de forma individual o en equipos para identificar problemas, investigar soluciones y aplicar conocimientos teóricos en la resolución de problemas prácticos.



## 1. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME



$$V = d/t$$

**Estrategia**

**Aprendizaje Basado en Proyectos**

### **Resultado de aprendizaje:**

Determina las magnitudes cinemáticas de un objeto que se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea, sistematizando la información relacionada al cambio de posición en función del tiempo, como resultado de la observación del movimiento de un objeto con el empleo de tablas y gráficas.

### **Iniciación**

**Actividad: El ingenio de la medida**



**Conformación**



Divida a los estudiantes en 4 grupos

**Configuración**



- Cada equipo recibirá una hoja de papel y lápiz.
- Los equipos tendrán asignados roles a sus miembros, una persona que tome el tiempo y otra que registre los datos.
- En un espacio designado (patio), pida a los estudiantes que elijan a un miembro del grupo para que comience a caminar en línea recta a velocidad constante durante un periodo corto de tiempo (max 1 min), mientras otro miembro del grupo registra el tiempo transcurrido.
- Después de la caminata, mide cuánto ha caminado el estudiante, pero eligiendo una unidad de medida única por equipo (por ejemplo 1 zapato, 1 mano, 1 lápiz, etc).



## 1. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME



- Pide a cada equipo grafique la posición vs tiempo del movimiento del estudiante, es decir en el “eje x” el tiempo y en el “eje y” la posición.

### Reflexión y Discusión



- ¿Qué observaron sobre la relación entre el tiempo y el desplazamiento?
- ¿El desplazamiento aumentó de manera constante?
- ¿Qué tipo de gráfica obtuvo?, ¿A qué cree que equivale la pendiente de esta gráfica?
- ¿Qué sucedería si cambiamos la velocidad del movimiento?

## Desarrollo

### Proyecto de Clase: Diseñando y Simulando un M.R.U.



#### Conformación



- Divida a los estudiantes en 4 grupos

#### Objetivos:



- Comprender los conceptos fundamentales del Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)
- Aplicar los conceptos de velocidad constante y desplazamiento en situaciones prácticas
- Diseñar y construir una simulación física de MRU

#### Fundamentación teórica



Todo cuerpo o partícula en el Universo se encuentra en movimiento relativo en función de un observador que puede estar también en movimiento o en estado de reposo, por lo que para determinar su movimiento se debe elegir un sistema de coordenadas fijo como punto de referencia para expresar que un cuerpo se acerca o se aleja. Así, se establece el Movimiento Rectilíneo como aquel comportamiento de un móvil en función de su rapidez, velocidad y aceleración, sin considerar las causas (fuerzas) que producen el movimiento; y cuya trayectoria es en línea recta.

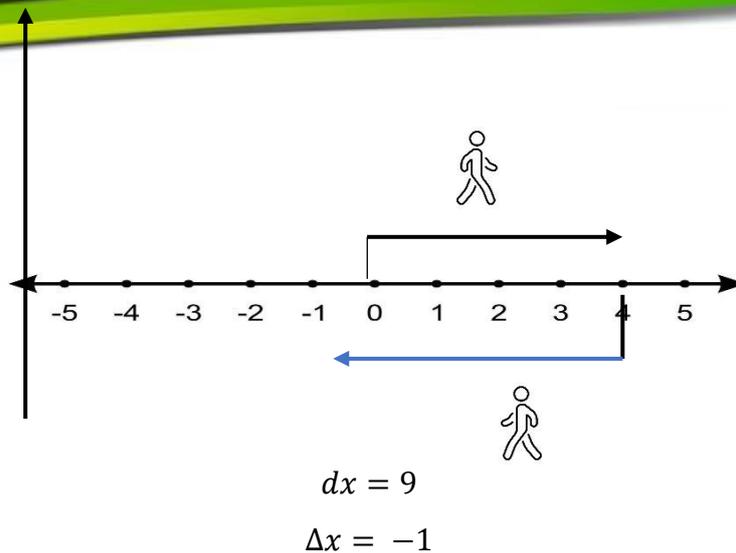
Por ello, analizaremos varios conceptos necesarios para comprender el movimiento rectilíneo asociado con un móvil, los cuales son:

**Movimiento:** Un móvil está en movimiento relativo con relación a un sistema de coordenadas elegido como fijo, cuando sus coordenadas varían al transcurrir el tiempo. Un ejemplo es el movimiento que efectúa un satélite artificial observado desde la Tierra.

**Reposo:** Un móvil está en reposo relativo con relación a un sistema de coordenadas elegido como fijo, cuando no cambian las mismas a medida que transcurre el tiempo. Por ejemplo, una casa, un árbol, está en reposo respecto a la Tierra, pero están en movimiento relativo respecto al Sol.

**Trayectoria:** Son los diferentes puntos que ocupa la posición del móvil al moverse desde una posición a otra.

**Distancia(d):** Es la longitud de la trayectoria recorrida por el móvil desde una posición a otra.



**Vector desplazamiento ( $\Delta\vec{r}$ ):** Es el movimiento que experimenta la posición del móvil en cierto intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ) considerando su posición inicial ( $\vec{r}_0$ ) hasta su posición final ( $\vec{r}_f$ ). Es una magnitud vectorial y tiene la misma dirección y sentido que la velocidad y aceleración o sus opuestas.

$$\Delta t = t_f - t_0 \quad (1.1)$$

$$\Delta r = x_f - x_0 \quad (1.2)$$

El desplazamiento total del móvil es la suma vectorial de los desplazamientos parciales.

$$\Delta\vec{x} = \Delta\vec{x}_1 + \Delta\vec{x}_2 + \Delta\vec{x}_3 + \dots + \Delta\vec{x}_n \quad (1.3)$$

$$d = d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n \quad (1.4)$$

Es así como el Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.) se produce cuando un móvil recorre distancias iguales en tiempos iguales, con rapidez y velocidad constante en módulo, dirección y sentido, pues la aceleración es nula ( $\vec{a} = 0$ ).

**Rapidez media ( $v_m$ ):** Es la distancia ( $d$ ) recorrida por el móvil en cada intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ), pues es una cantidad escalar.

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \quad (1.5)$$

**Velocidad media ( $\vec{v}_m$ ):** Es el desplazamiento ( $\Delta\vec{r}$ ) realizado por el móvil en cada intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ) en una dirección y sentido determinado. Es una cantidad vectorial.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{\Delta t} \quad (1.6)$$

La rapidez y la velocidad no son sinónimos en ningún movimiento, en consecuencia, la rapidez es el módulo de la velocidad. Las unidades de ambas, de acuerdo con el SI es el  $m/s$ .

**Velocidad instantánea:** Es una cantidad vectorial tangente a la trayectoria en un punto determinado, que indica el sentido del movimiento en cualquier instante o la velocidad real que dispone el móvil.

## Gráficas del Movimiento Rectilíneo Uniforme

En general, las representaciones gráficas del MRU son las siguientes:

- Posición vs Tiempo ( $x$  vs  $t$ )

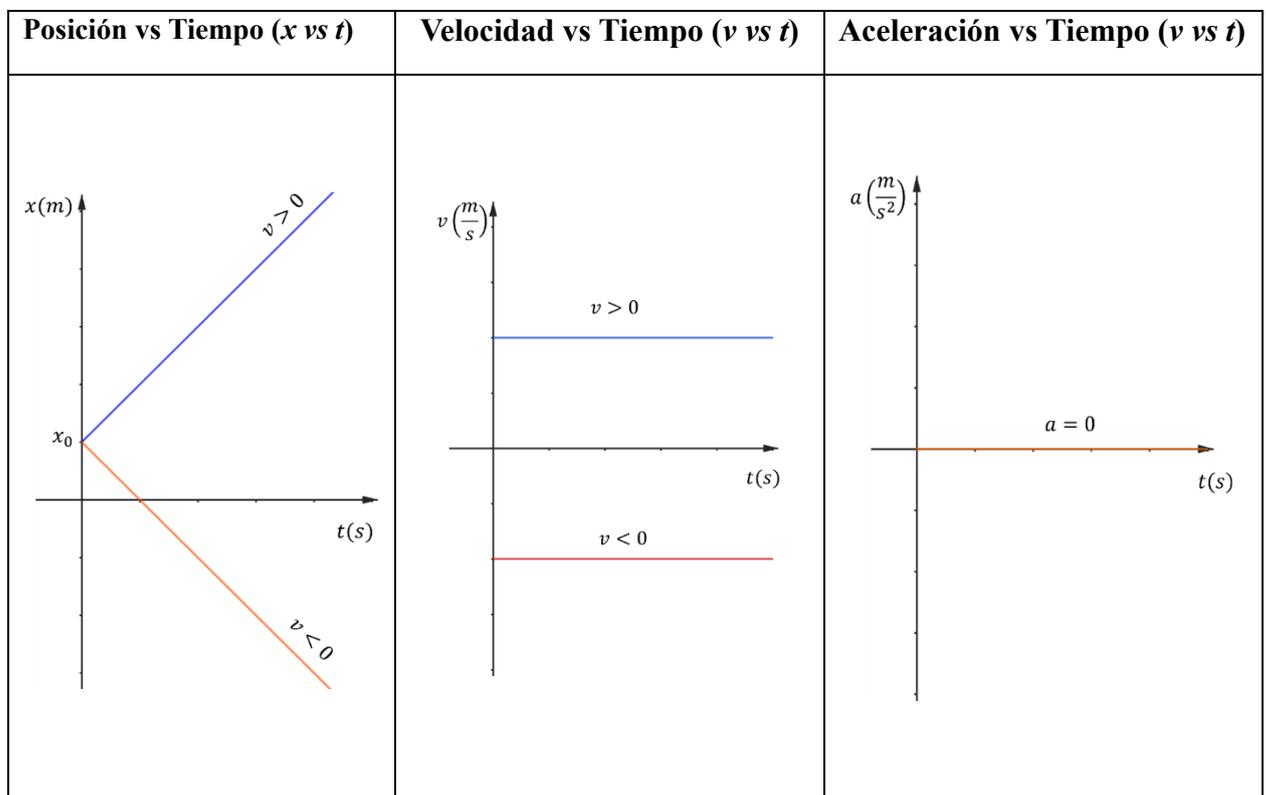
La gráfica que se obtiene es una recta que parte desde un punto  $(0; x_0)$  cuya pendiente representa al valor de la velocidad, entonces si  $\vec{v} > 0$  será una recta creciente, por el contrario, si  $\vec{v} < 0$  será una recta decreciente.

- Velocidad vs Tiempo ( $v$  vs  $t$ )

La gráfica de la velocidad es una recta paralela al eje  $x$ , y corta a las ordenadas al origen en el valor de la velocidad.

- Aceleración vs Tiempo ( $a$  vs  $t$ )

La gráfica de la aceleración es una recta coincidente al eje  $x$ , eje de las abscisas.



## Ejemplificación matemática

$$c = b \times a$$

### Ejemplo 1

Un motociclista parte de una ciudad, recorre por una carretera 1 hora a 100 km/h, se detiene 30 minutos, luego regresa a 50 km/h durante una hora, de nuevo se detiene por 30 minutos y finalmente retorna a la ciudad donde partió a 50 km/h.

- Trazar la gráfica posición vs. tiempo
- Indicar la posición del motociclista en relación con el inicio de la carretera, a medida que pase el tiempo.
- ¿Cuál es la distancia total? ¿y el desplazamiento?

Para graficar, trabajaremos en las mismas unidades que nos proporcionan. Al mencionar que el motociclista parte de una ciudad, consideraremos que su posición inicial será en el origen. Además, hay que determinar el valor de las posiciones en cada uno de los tramos e intervalos de tiempo identificados haciendo uso de la ecuación 1.6, en la cual despejaremos la posición final

$$\vec{v} = \frac{x_f - x_0}{\Delta t}$$
$$x_f - x_0 = \vec{v} * \Delta t$$
$$x_f = x_0 + \vec{v} * \Delta t$$

#### Tramo 1

$$\Delta t = 1h$$

$$\vec{v} = 100 \frac{km}{h}$$

$$x_0 = 0 km$$

$$x_f = 0km + \left(100 \frac{km}{h}\right) (1h)$$

$$x_f = 100km$$

#### Tramo 3

$$\Delta t = 1h$$

$$\vec{v} = -50 \frac{km}{h}$$

$$x_0 = 100km$$

$$x_f = 100km + \left(-50 \frac{km}{h}\right) (1h)$$

$$\vec{x}_f = 50km$$

#### Tramo 5

$$\vec{v} = -50 \frac{km}{h}$$

$$x_0 = 50km$$

$$x_f = 0km$$

#### Tramo 2

$$\Delta t = 30min = 0.5h$$

$$\vec{v} = 0 \frac{km}{h}$$

$$x_0 = 100 km$$

$$x_f = 100km + \left(0 \frac{km}{h}\right) (0.5h)$$

$$x_f = 100km$$

#### Tramo 4

$$\Delta t = 30min = 0.5h$$

$$\vec{v} = 0 \frac{km}{h}$$

$$x_0 = 50km$$

$$x_f = 50km + \left(0 \frac{km}{h}\right) (0.5h)$$

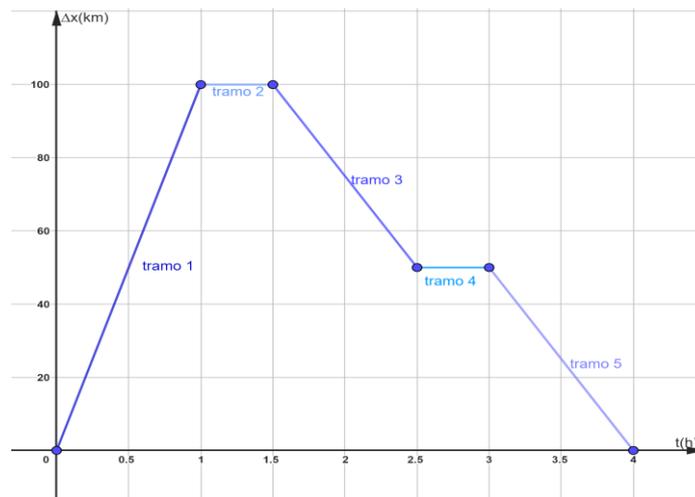
$$x_f = 50km$$

Para el tramo 5 se requiere el tiempo empleado, para lo cual despejaremos el tiempo de la ecuación 1.5

$$\Delta t = \frac{x_f - x_0}{\vec{v}}$$

$$\Delta t = \frac{0km - 50km}{-50km/h}$$

$$\Delta t = 1h$$



En cuanto a la posición del motociclista con relación al inicio de la carretera, a 1 h de partida el motociclista se encuentra en el kilómetro 100, en el intervalo de 1 h a 1.5 h el motociclista se encuentra en el kilómetro 100, a partir de 1.5 h a 2.5 h el desplazamiento disminuye, el motociclista está regresando, en el intervalo de 2.5 h a 3h el motociclista permanece en reposo en el kilómetro 50, a partir de  $t = 3h$  el motociclista sigue de regreso y se aproxima a la ciudad hasta que finalmente en el instante  $t = 4 h$  llega al kilómetro cero.

Para calcular el desplazamiento total, emplearemos la ecuación 1.3 y para la distancia total la 1.4.

$$\begin{aligned}\Delta\vec{x} &= \Delta\vec{x}_1 + \Delta\vec{x}_2 + \Delta\vec{x}_3 + \Delta\vec{x}_4 + \Delta\vec{x}_5 \\ \Delta\vec{x} &= 100km + 0km - 50km + 0km \\ &\quad - 50km \\ \Delta\vec{x} &= 0km\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d &= d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 \\ d &= 100km + 0km + 50km + 0km \\ &\quad + 50km \\ d &= 200km\end{aligned}$$

El desplazamiento total que ha realizado la motocicleta corresponde a 0km, dado que regresó a la misma ciudad de la que partió. Por otro lado, la distancia total recorrida corresponde a 200 km.

### Diseño y Construcción



- Los estudiantes discutirán los elementos que harán para simular un M.R.U con sus respectivos materiales necesarios.
- Pueden apoyarse de la tecnología, pero debe primar la creatividad en cada diseño que realicen.
- Elaboraran un plan de actividades donde debe existir un líder de actividad (puede repetirse, pero todos deben participar).
- Los grupos construirán sus elementos específicos para ejemplificar un M.R.U. utilizando materiales a su disposición pero que resalte la creatividad y capacidad de diseño de los estudiantes.
- Los integrantes de cada equipo deben probar y ajustar sus diseños para garantizar la precisión y consistencia del movimiento.
- Los equipos deben buscar ideas para probar matemáticamente la existencia de M.R.U. en el elemento diseñado con su simulación.

- Para probar matemáticamente el movimiento, pueden tomar datos, analizarlos, procesarlo y compararlos con los conceptos teóricos del M.R.U.

### Presentación y evaluación



- Cada grupo presentará sus ejemplos en el aula de clases, explicando su diseño, construcción y prueba matemática del movimiento.
- Los estudiantes deben promover la reflexión sobre los desafíos encontrados durante el proceso de construcción y cómo los superaron.
- Se fomentará la reflexión sobre la aplicabilidad del M.R.U. en el mundo real y su importancia en la Física y otras disciplinas.
- La evaluación del proyecto se basará en los siguientes criterios:
  - Colaboración y participación de todos.
  - Creatividad en el diseño y construcción del elemento.
  - Precisión y aplicación del movimiento.
  - Comprensión y aplicación de los conceptos de M.R.U. en las actividades prácticas.
  - Presentación clara, efectiva y participación activa en las reflexiones y discusiones de clase.

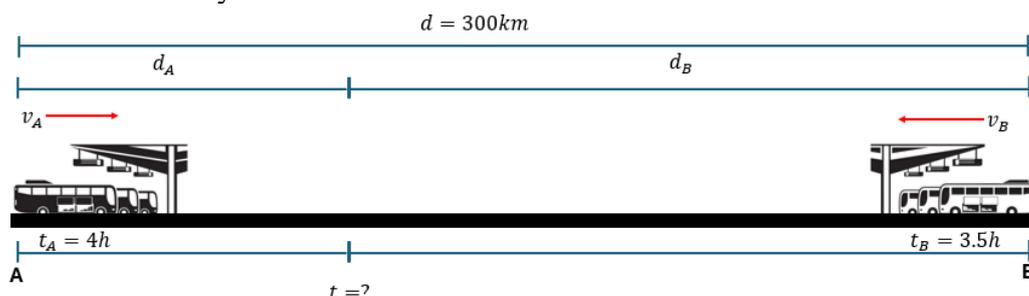
## Aplicación

### Ejemplo 3

Dos terminales terrestres se encuentran a una distancia de 300km, de la terminal A sale un autobús que tardará 4 horas en llegar a la terminal B; de B sale otro autobús hacia A, el cual llegará en 3.5 horas. Ambos autobuses parten simultáneamente desde cada una de sus terminales. Calcular:

- El tiempo en el cual se cruzarán
- ¿A qué distancia de A se cruzarán?

En primera instancia, es recomendable y necesario realizar los gráficos para poder entender todos los factores, datos y elementos que contiene el problema propuesto, así se establece todos los parámetros con mayor claridad.



Los datos que queremos hallar corresponden al tiempo  $t$  y la distancia  $d_A$ . Considerando que ambos autobuses viajan a una velocidad constante sin detenerse en ningún momento, para ello

se emplea la ecuación 1.5 para establecer una relación entre ambos autobuses, pues un dato importante que comparten es la distancia total de 300 km entre las estaciones, así, las relaciones quedan de la siguiente manera:

$$d_A + d_B = d \qquad d = vt \qquad v_A t + v_B t = d \qquad t(v_A + v_B) = d$$

Se halla la rapidez con la que viajarán cada uno de los autobuses cubriendo los 300 km en el tiempo establecido así tenemos que:

$$v_A = \frac{d}{t_A} \qquad v_B = \frac{d}{t_B}$$

$$v_A = \frac{300km}{4h} \qquad v_B = \frac{300km}{3.5h}$$

$$v_A = 75 \frac{km}{h} \qquad v_B = 86 \frac{km}{h}$$

Con estos valores se puede hallar el tiempo en el cual se cruzan los autobuses, así como la distancia a la que se encuentran desde el terminal A.

$$t = \frac{d}{(v_A + v_B)}$$

$$t = \frac{300km}{\left(75 \frac{km}{h} + 86 \frac{km}{h}\right)} \qquad t = \frac{300km}{161 \frac{km}{h}}$$

$$t = 1.8634h$$

Podemos dejarlo expresado de esa manera o transformarlo a minutos

$$1.8634 h * \frac{60 min}{1 h} = 111.8 min$$

*El tiempo en el cual se cruzarán los autobuses es 1.8634 h o 111.8 min*

$$d_A = v_A t$$

$$d_A = 75 \frac{km}{h} * 1.8634h$$

$$d = 139.76 km$$

$$d \approx 140 km$$

*Los autobuses se cruzarán a aproximadamente 140 km desde la estación A.*

## Ejercicios y problemas propuestos

1. Un ciclista recorre una pista recta a una velocidad constante de 12 m/s. Un corredor comienza a correr en la misma dirección que el ciclista desde el mismo punto de partida, pero con una velocidad constante de 6 m/s. ¿Cómo cambia la distancia entre el ciclista y el corredor a medida que pasa el tiempo?

2. Un auto S viaja con una velocidad constante de 15 m/s de una ciudad A hacia otra B, y otro auto V viaja al mismo tiempo con una velocidad constante de 7.5 m/s, pero de la ciudad B hacia A. ¿Los autos se encuentran más cerca de la ciudad A o la ciudad B?, ¿Cuál es la relación de distancia que recorre el auto S respecto a V?

3. Juan debe transportarse de Puerto Limón a San Miguel en su auto todos los días, la distancia entre los dos pueblos es de 980 m. El día lunes va a una velocidad constante ( $v$ ) y se demora 33 min, si el día miércoles triplica su velocidad constante ( $v$ ), ¿cuánto se demorará en llegar de un pueblo a otro?

4. Un patinador sale de la posición  $x_o = 20 \text{ m}$  en el instante  $t_o = 0$  y se desplaza con una velocidad constante de 20 m/s en sentido positivo. Otro patinador sale en su persecución 2s más tarde desde la posición  $x_o = 0$  a una velocidad de 30 m/s. Calcula ¿cuándo y dónde el segundo patinador alcanzará al primero?

5. Construya la gráfica de velocidad vs tiempo de los datos que representan el movimiento de un leopardo.

$t \text{ (s)}$	0	1	2	3	4
$x \text{ (m)}$	0	6	12	18	24

6. Imagine que los animales tienen sus propios juegos olímpicos, y los datos proporcionados son: Oso perezoso corre a 0,2 km/h, Caracol a 6000 cm/h, y la Tortuga a 70 m/h. Según estos datos, ¿cuál obtendría la medalla de oro en una carrera de 200 metros lisos?

7. Un ciclista se desplaza a una velocidad constante de 10 km/h a lo largo de un sendero recto. Si viaja durante 2 horas y media, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido en total?

8. Un autobús escolar se mueve a una velocidad constante de 40 km/h en una carretera recta. Si sale de la escuela a las 3:00 p.m. y llega a su destino a las 3:30 p.m., ¿qué distancia ha recorrido en total?

9. Un tren viaja por una vía recta a una velocidad constante de 100 km/h. Un pájaro comienza a volar desde el techo del tren hacia adelante con una velocidad constante de 20 km/h. ¿Cuál es la velocidad relativa del pájaro con respecto al suelo?

10. Un avión vuela a una velocidad constante de 800 km/h. ¿Cuánto se tarda en recorrer 3200 kilómetros?

## Evaluación

### Preguntas de análisis teórico

Escriba V si el enunciado es verdadero o F si es falso, según sea el caso.

1. La gráfica de  $x$  vs  $t$  en M.R.U. corresponde a una recta cuya pendiente es la velocidad.

( )

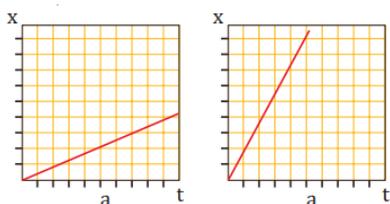
2. La distancia recorrida en M.R.U. por el objeto en movimiento es proporcional ( )  
al tiempo transcurrido.

3. La velocidad del objeto en movimiento rectilíneo uniforme permanece constante ( )  
en magnitud y dirección.

Analice la situación, y responda la interrogante planteada.

4. Indica en cuál de las siguientes situaciones existe movimiento respecto del observador: a) Un pasajero dentro de un avión mira el ala del avión, b) El mismo pasajero contempla la ciudad desde la que ha despegado el avión, c) Un niño sentado en un auto de una atracción de feria ve a su amigo sentado a su lado.

5. Las siguientes gráficas representan el movimiento de dos móviles. Razona cuál de ellos se mueve a mayor velocidad



### Ejercicios y problemas

Responda cada una de las preguntas argumentando su respuesta.

6. Tres atletas participan en unas olimpiadas: uno recorre 8 km en 25 min 25 s, otro recorre 100 m en 8.85 s y el último 1 320 m en 3 min 18 s. ¿Cuál de ellos corre con mayor rapidez?

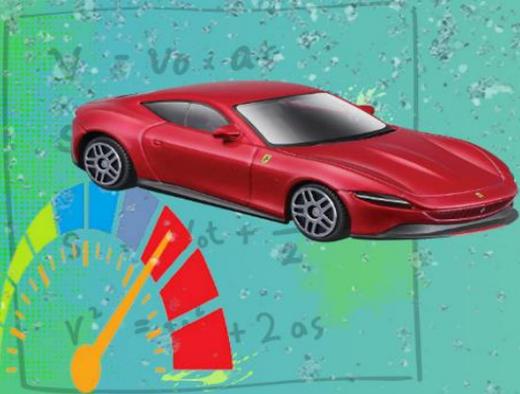
7. En la tabla se muestra la posición de un carro respecto al tiempo, construya la gráfica  $x$  vs  $t$ , luego encuentre la velocidad que posee el carro.

$t (s)$	0	2	4	6	10
$x(m)$	0	10	20	30	50

**8.** Un marchista le falta recorrer 3 km en línea recta para llegar a la meta, si va a una velocidad constante de 5 m/s. ¿Cuántos minutos le faltan para llegar a la meta?

**9.** Un peatón camina 1800 metros a una velocidad constante de 1.5 m/s en una acera recta. ¿Durante cuántos minutos caminó el peatón?

**10.** Pedro va al colegio caminando desde su casa. La distancia que debe recorrer es de 410 m. Si tarda 6 min 24 s en llegar, ¿cuál es la velocidad de Pedro?



## 2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME VARIADO

**Estrategia**

**Simuladores Digitales Educativos**

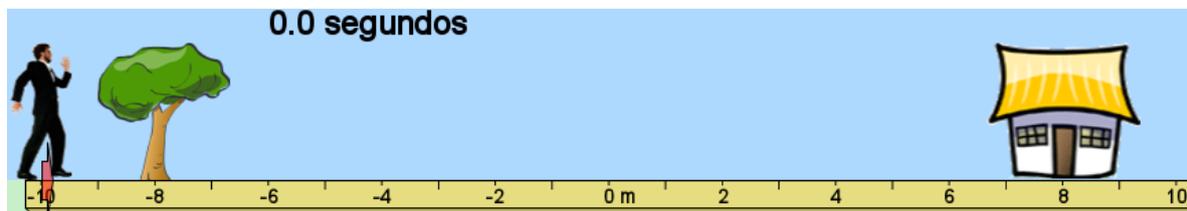
### **Resultado de aprendizaje:**

Obtiene magnitudes cinemáticas del MRUV en más de una dimensión como: posición, velocidad, velocidad media e instantánea, y desplazamiento a base de representaciones gráficas de un objeto que se mueve en dos dimensiones.

### **Iniciación**

#### **Analice la siguiente situación:**

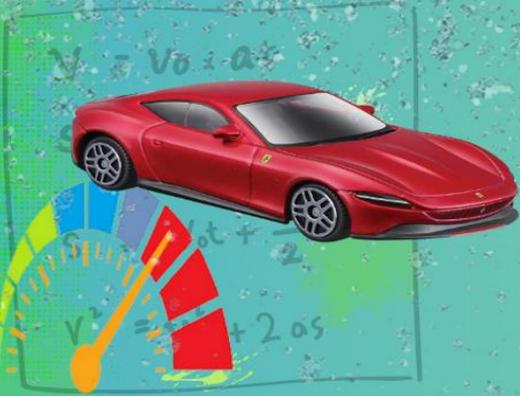
Imagina que un joven se dirige a una fiesta de 15 años y es el caballero de la quinceañera. Durante el trayecto tuvo un inconveniente, pero la fiesta ya está por comenzar. ¿Qué cree que debe hacer el joven para llegar a tiempo?



### **Desarrollo**

Se puede analizar esta situación desde el punto de vista de la física.

Lo que resulta lógico en este caso, es que el joven deba ir más rápido, es decir, debe aumentar su velocidad constantemente para llegar a tiempo a su compromiso.



## 2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME VARIADO

Ahora bien, si el joven iba a una velocidad constante de 1 m/s pero tuvo que aumentar su velocidad hasta alcanzar una de 8.6 m/s, ¿cómo podemos describir matemáticamente este cambio en la velocidad del joven?

Para ello, se analiza los siguientes conceptos:

**Aceleración ( $a$ ):** Es la variación que experimenta la velocidad en cada intervalo de tiempo. La aceleración tiene la misma dirección y sentido que el intervalo de velocidad.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.1)$$

De acuerdo con el Sistema Internacional SI, las unidades de aceleración empleadas son las siguientes:

$$\frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

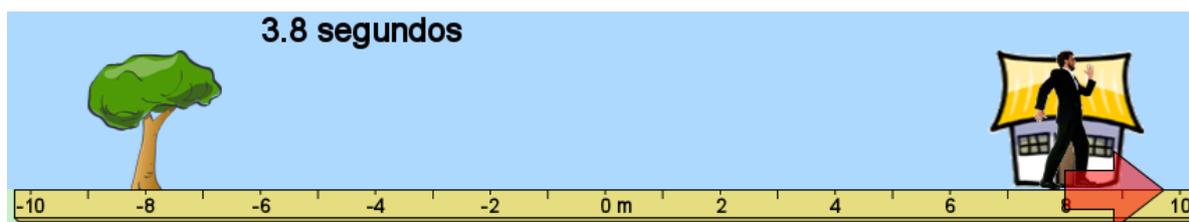
**Cambio de velocidad ( $\Delta v$ ):** Representa el cambio de velocidad que experimenta la partícula en movimiento al poseer una velocidad inicial ( $v_f$ ) y una velocidad final ( $v_0$ ).

$$\Delta v = v_f - v_0 \quad (2.2)$$

La velocidad y la dirección de la aceleración de un objeto mantienen una relación, pues cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. Por otro lado, si la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, el objeto frena

Así, se establece un movimiento muy común y simple de movimiento bidimensional determinado por la aceleración constante, al cual se lo denominó como **Movimiento Rectilíneo Uniforme Variado (M.R.U.V.)**.

Tomando en cuenta el tiempo que se muestra en la figura que le tomó al joven llegar hasta el lugar, y los datos proporcionados anteriormente se obtiene que:



$$v_o = 1m/s$$

$$v_f = 8.6m/s$$

$$t_o = 0 s$$

$$t_f = 3.8 s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

$$a = \frac{(8.6 - 1) \frac{m}{s}}{(3.8)s}$$

$$a = 2 \frac{m}{s^2}$$

El joven tuvo que acelerar uniformemente a  $2 \text{ m/s}^2$  para llegar a tiempo a la fiesta de 15 años.

### Ejemplo 1

Un hombre que llevaba una velocidad de  $1 \text{ m/s}$  en una posición horizontal (eje x) en  $-10$  metros, acelera a razón de  $2 \text{ m/s}^2$  en  $3.8$  segundos. Determine la velocidad que lleva cuando ha recorrido  $18$  metros.

Para resolver este problema planteado, se puede utilizar un simulador virtual y encontrar la respuesta, después de encontrarla analíticamente se puede comprobar las respuestas.



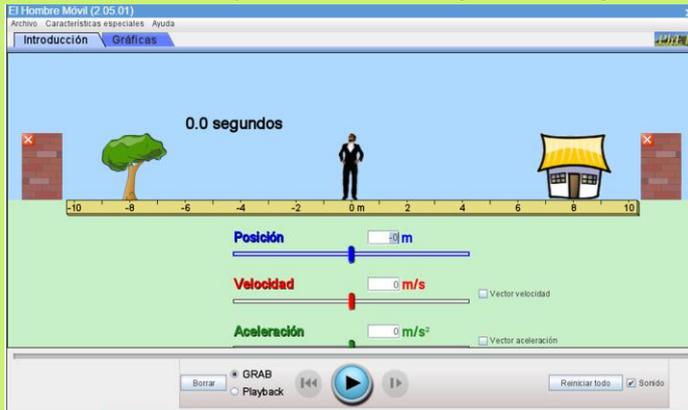
### Aplica el simulador.

1. Ingresa al [link](https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/moving-man/latest/moving-man.html?simulation=moving-man&locale=es) adjunto:

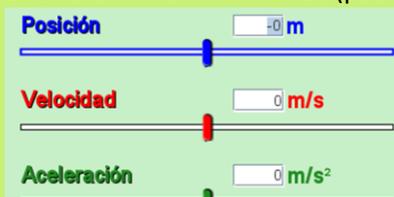


<https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/moving-man/latest/moving-man.html?simulation=moving-man&locale=es>

2. Le mostrará una pantalla como la siguiente imagen.

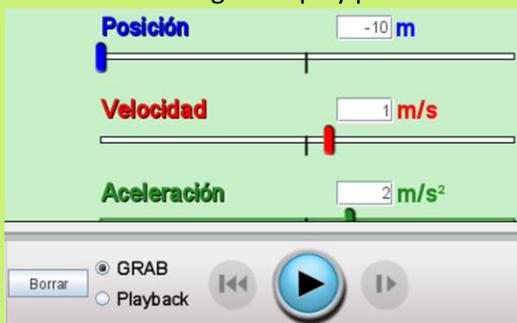


3. La casilla de las variables (posición, velocidad, aceleración) se deben mostrar en 0.



4. Cambia los valores en las casillas con los datos de posición (-10 m), velocidad (1 m/s) y aceleración ( $2 \text{ m/s}^2$ ).

5. Dar clic en el signo de play para iniciar el movimiento del hombre.



6. Observar la posición que va recorriendo el hombre y dar clic en el botón de pausa cuando llegue a la posición solicitada en el ejercicio que planteamos antes.



7. Verifica el tiempo y velocidad final que le toma en llegar hasta el lugar (posición 8 m) matemáticamente.

## Movimiento Rectilíneo Uniforme Variado (M.R.U.V.)

Cuando la rapidez y la velocidad de un objeto (comúnmente un móvil) cambia uniformemente y la aceleración permanece constante (no nula) en módulo, dirección y sentido, a medida que transcurre el tiempo, se establecen dos tipos de movimiento:

1. **Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado (M.R.U.A.).** Es el movimiento donde el módulo de la velocidad del móvil se incrementa progresivamente desde una velocidad inicial baja ( $v_0$ ) que puede ser cero si parte del reposo, hasta una velocidad final alta ( $v_f$ ) en un intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ), determinando un módulo de aceleración positiva.
2. **Movimiento Rectilíneo Uniforme Desacelerado (M.R.U.D.).** Es el movimiento donde el módulo de la velocidad del móvil disminuye proporcionalmente desde una velocidad inicial alta ( $v_0$ ) y termina en una velocidad final baja ( $v_f$ ) que puede ser cero cuando se detiene.

## Ecuaciones del Movimiento Rectilíneo Uniforme Variado

Para efectuar los cálculos con M.R.U.V., resulta necesario conocer las relaciones matemáticas que existen entre las magnitudes de forma escalar y vectorial, mismas que se muestran a continuación:

Ecuaciones	
$v_f = v_0 + at$	(2.3)
$v_f^2 = v_0^2 + 2ad$	(2.4)
$d = v_0 * t + \frac{1}{2}at^2$	(2.5)
$v_m = \frac{(v_0+v_f)}{2}$	(2.6)
$d = v_m * t = \frac{(v_0 + v_f)}{2} * t$	(2.7)

Donde:

$v_f$  = rapidez final

$v_0$  = rapidez inicial

$a$  = módulo de la aceleración

$d$  = distancia o espacio

$t$  = tiempo

$v_m$  = rapidez media

### Ejemplo 2

Un motociclista que se encuentra en la posición cero ( $0\text{ m}$ ) con una velocidad de  $1.2\text{ m/s}$ , presenta una aceleración de  $0.7\text{ m/s}^2$ . Determine:

- La posición del motociclista a los 3 segundos.
- La posición y velocidad que tiene a los 5 segundos.
- La velocidad que tendrá a los 10 segundos, si se mantiene constante la aceleración.

Para resolver este problema planteado, se puede utilizar un simulador virtual y podemos encontrar la respuesta, después podemos encontrarla analíticamente y comprobar las respuesta.



### Aplica el simulador.

1. Ingresa al link adjunto:



<https://www.educaplus.org/game/laboratorio-de-movimiento-rectilineo>

2. Le mostrará una pantalla como la siguiente imagen.



3. Las casillas de las variables se muestran de la siguiente forma.



4. Deslice el valor de velocidad hasta  $1.2\text{ m/s}$ , y aceleración  $0.7\text{ m/s}^2$ ; además los otros controles como se muestra en la imagen.



4. Da clic en el ícono de play, y observa cómo se mueve el motociclista, además como el software construye segundo a segundo la tabla de datos.

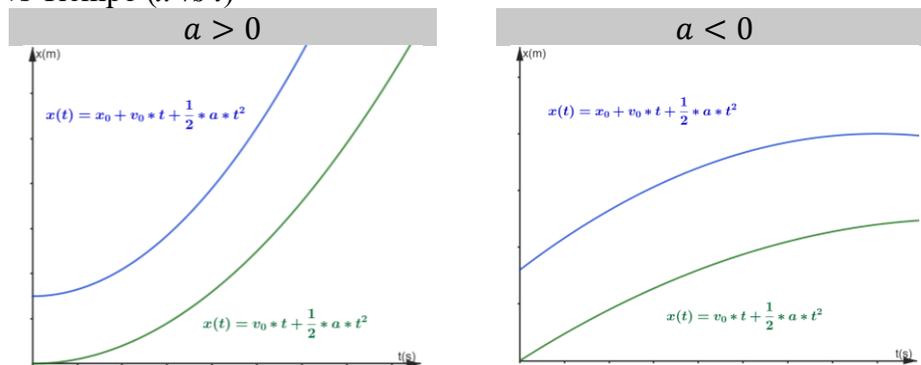


5. Comprueba los resultados obtenidos de forma analítica mediante la ecuación 2.3 y 2.5.

## Gráficas del Movimiento Rectilíneo Uniforme Variado

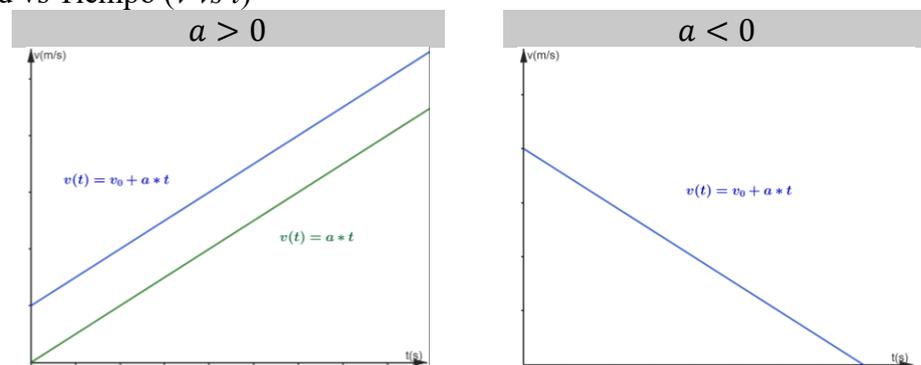
En general, las representaciones gráficas posibles del MRUA son las siguientes:

- Posición vs Tiempo ( $x$  vs  $t$ )



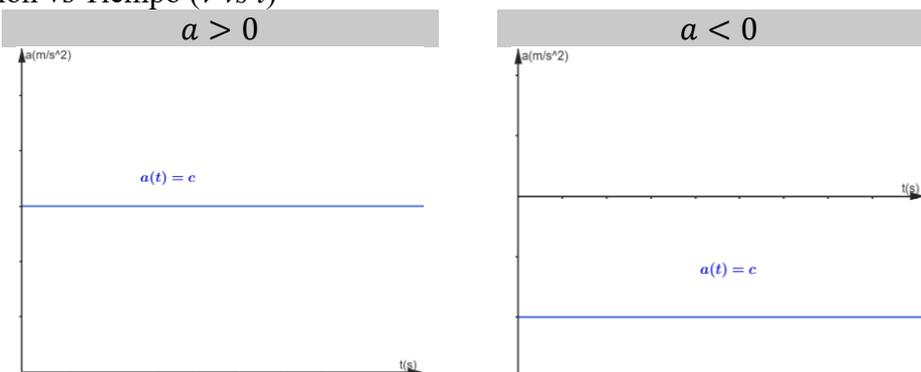
La gráfica que se obtiene es una parábola que parte desde la posición inicial representada en el eje de las ordenadas.

- Velocidad vs Tiempo ( $v$  vs  $t$ )



La gráfica que se obtiene es una recta que parte desde la velocidad inicial representada en el eje de las ordenadas, cuya pendiente representa al valor de la aceleración, entonces si  $a > 0$  será una recta creciente, por el contrario, si  $a < 0$  será una recta decreciente.

- Aceleración vs Tiempo ( $a$  vs  $t$ )



La gráfica de la aceleración es una recta paralela al eje  $x$ , y corta a las ordenadas al origen en el valor de la aceleración.

Ejemplo 3

Represente gráficamente el movimiento del motociclista del ejemplo 2.

Para realizar las gráficas del ejemplo 2 o cualquier MRUV, es necesario obtener una tabla de datos similar a la expuesta en el simulador anterior, de modo que se complete los valores de posición, velocidad o aceleración respecto a cada tiempo en función de lo que pida el ejercicio.

### Aplica el simulador.

1. Ingresa al [link](https://www.educaplus.org/game/laboratorio-virtual-de-cinematica) adjunto:



<https://www.educaplus.org/game/laboratorio-virtual-de-cinematica>

2. Le mostrará una pantalla como la siguiente imagen.



3. Las casillas de las variables se muestran de la siguiente forma.



4. Deslice el valor de velocidad hasta 1.2m/s, y aceleración 0.7m/s<sup>2</sup>; además los otros controles como se muestra en la imagen.



4. Da clic en el ícono de play, y observa cómo se mueve el motociclista, además como el software grafica segundo a segundo las diferentes graficas en función del tiempo.



5. Construye manualmente las gráficas, y reflexiona con los demás las características de cada una.



## Aplicación

### Ejemplo 4

La gráfica siguiente muestra la velocidad de un policía en motocicleta en función del tiempo.

- Calcule la aceleración media en el tramo A, y en el tramo de B e interprete los resultados.
- ¿Qué distancia cubre el policía en los primeros 4 s?
- Calcule la distancia que recorre en tramo D.



Al tener la gráfica de velocidad vs tiempo, es simple calcular la aceleración por medio de la ecuación 2.1

Para ello es necesario observar donde inicia ( $t = 0$ ) y finaliza ( $t = 2$ ) el tramo A.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

$$a_A = \frac{(30 - 0) \text{ m/s}}{(2 - 0) \text{ s}} = 15 \text{ m/s}^2$$

- El policía partió del reposo y aumentó su velocidad, por medio de la aceleración constante en el tramo A igual  $15 \text{ m/s}^2$ .

Para ello es necesario observar donde inicia ( $t = 2$ ) y finaliza ( $t = 4$ ) el tramo B.

$$a_B = \frac{(30 - 30) \text{ m/s}}{(4 - 2) \text{ s}} = 0 \text{ m/s}^2$$

- Durante los segundos 2 a 4, el motociclista no aceleró y mantuvo una velocidad constante igual a  $30 \text{ m/s}$ , es decir mantuvo un M.R.U.

Para hallar la distancia que recorrió durante los 4 primeros segundos, se debe observar que movimiento se presenta en cada tramo, para aplicar las ecuaciones correspondientes.

$$d_{Total} = d_A + d_B$$

Para el tramo A, es un M.R.U.V. por lo que se aplica la ecuación 2.5.

$$d = v_0 * t + \frac{1}{2} at^2$$

$$d_A = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} (2\text{s}) + \frac{1}{2} \left( 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (2\text{s})^2$$

$$d_A = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (4\text{s}^2)$$

$$d_A = 30 \text{ m}$$

Para el tramo B, es un M.R.U. por lo que se aplica la ecuación 1.5.

$$d = v * t$$

$$d_B = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} (2\text{s}) = 60 \text{ m}$$

- Por lo tanto, la distancia que recorrió el motociclista durante los 4 primeros segundos fue de:

$$d_{Total} = 90 \text{ m}$$

Para hallar la distancia que recorrió en el tramo D, es necesario encontrar la aceleración por medio de la ecuación 2.1 para identificar matemáticamente el movimiento que se presenta.

$$a = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

$$a_D = \frac{(0 - 50) \text{ m/s}}{(8 - 6.5) \text{ s}}$$

$$a_D = -33.33 \text{ m/s}^2$$

Al tener un valor negativo de aceleración, se trata de un M.R.U.V. en específico desacelerado.

$$d = v_o * t + \frac{1}{2} at^2$$

$$d_D = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} (1.5 \text{ s}) + \frac{1}{2} \left( -33.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (1.5 \text{ s})^2$$

$$d_D = 75 \text{ m} - 16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2.25 \text{ s}^2)$$

$$d_D = 75 \text{ m} - 37.51 \text{ m}$$

$$d_D = 37.49 \text{ m}$$

- La distancia que el policía recorrió en su motocicleta durante el tramo D fue de 37.49 m.

## Ejercicios y problemas propuestos

1. Dos autobuses de transporte público A y B se mueven en la misma dirección en pistas paralelas a lo largo de una autopista. En algún instante, el autobús A aumenta su velocidad de modo que supera a la velocidad del autobús B. ¿Esto significa que la aceleración de A es mayor que la de B? Explique

2. En una carrera cuyo recorrido es recto, una moto circula durante 30 segundos hasta alcanzar una velocidad de 162.00 km/h. Si la aceleración sigue siendo la misma, ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer los 200 metros que faltan para rebasar la meta y a que velocidad lo hará?

3. Un tren que circula a 90 km/h frena con una aceleración igual a  $22 \text{ m/s}^2$  al acercarse a la estación. Explica el significado del signo menos en la aceleración. Calcula el tiempo que tarda en detenerse

4. Un antílope con aceleración constante cubre la distancia de 70 m entre dos puntos en 7 s. Su rapidez al pasar por el segundo punto es 15 m/s. a) ¿Qué rapidez tenía en el primero?, y b) ¿Qué aceleración tiene?

5. Un auto que parte del reposo presenta las siguientes posiciones en diferentes instantes que están en la tabla. a) Realiza la gráfica *posición vs tiempo*, b) Construye la gráfica de *velocidad vs tiempo*, y c) Calcula la aceleración y la velocidad del auto al cabo de 12 s.

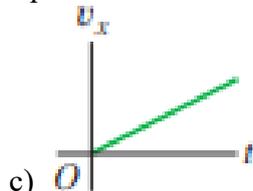
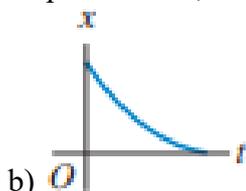
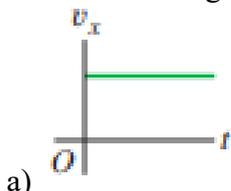
$t \text{ (s)}$	0	1	2	3	4
$x \text{ (m)}$	0	2	8	18	32

6. Una pelota rueda sobre una superficie horizontal a 2 m/s a lo largo de 2 m, hasta alcanzar una rampa de 5 m de longitud por la que desciende en 2 s. Calcula: a) la aceleración con la que baja por la rampa, b) la velocidad al final de la rampa, y c) el tiempo total empleado.

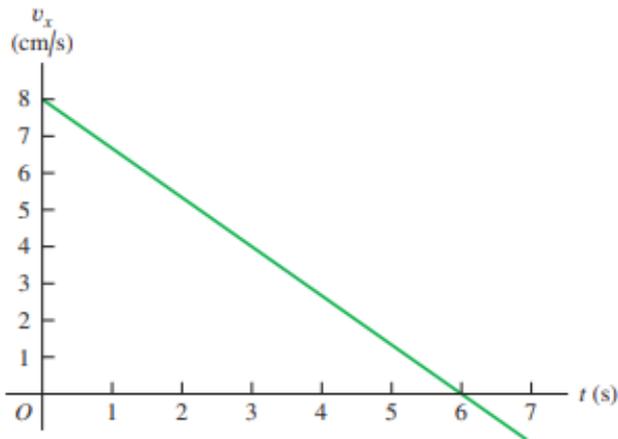
7. Un puma se encuentra a 12 m de distancia de su presa, y esta se da cuenta del puma y empieza a correr. Si ambos animales parten del reposo, la presa con una aceleración constante de  $3 \text{ m/s}^2$  y el puma con la aceleración de  $7 \text{ m/s}^2$ . a) Determina el tiempo que tarda el puma en alcanzar su presa, y b) La distancia que recorre el puma hasta alcanzar su presa.

8. Un auto lleva una velocidad de 8 cm/s, y recorre una trayectoria rectilínea con una aceleración constante de  $2 \text{ cm/s}^2$ . Determina el tiempo que ha tardado en recorrer 2.10 m.

9. En base a las gráficas presentadas, identifique el movimiento que ocurre en cada una.



10. Usted observa a su gato caminar en línea recta, efectúa las mediciones del movimiento del gato y elabora una gráfica de la velocidad del felino en función del tiempo. Determine: a) La velocidad del gato en  $t$  igual a 3 s, b) La aceleración, y c) La distancia que ha recorrido hasta los 4.5 segundos



## Evaluación

### Preguntas de análisis teórico

**Escriba V si el enunciado es verdadero o F si es falso, según sea el caso.**

1. La aceleración tiene la misma dirección y sentido que el vector de la velocidad. ( )
2. Si la velocidad y la aceleración del objeto están en la misma dirección, el objeto aumenta su velocidad. ( )
3. Cuando la velocidad de un objeto cambia uniformemente y la aceleración permanece constante (no nula) en el transcurso del tiempo, se establece un M.R.U.V. ( )

**Analice la situación, y responda la interrogante planteada.**

4. ¿Cómo varía la velocidad en relación con el tiempo durante un movimiento variado y qué información proporciona esta variación?
5. ¿Cómo afecta la dirección de la aceleración al desplazamiento del objeto en un MRUV y cómo se relaciona esto con la distancia recorrida?

## Ejercicios y problemas

Responda cada una de las preguntas argumentando su respuesta.

6. Un motociclista se encuentra en una carrera y va a  $8\text{ m/s}$ , después acelera pasando a una velocidad de  $24\text{ m/s}$  en 4 segundos. Si la meta se encuentra a 1.7 kilómetros de donde está en ese momento, y mantiene la aceleración constante, determina el tiempo que le toma en cruzar la meta.

7. Un auto aumenta uniformemente su velocidad de  $59.4\text{ km/h}$  a  $77.4\text{ km/h}$  en 6 s. Calcula:  
a. La aceleración  
b. La velocidad que tendrá 12 s después de comenzar a acelerar  
c. La distancia que recorrerá en estos 12 s

8. Un camión de remolque va a  $50\text{ km/h}$  y debe reducir su velocidad a  $25\text{ km/h}$  para pasar por un túnel. Si realiza esta acción en 5 segundos, ¿qué distancia ha recorrido en ese tiempo?

9. Los datos que se muestran en la siguiente tabla corresponde al movimiento que realiza un automóvil.

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
Posición (m)	0	1.5	6	13.5	24	37.5

Determina:

- Construye la gráfica de posición vs tiempo
- Construye la gráfica de velocidad vs tiempo
- La aceleración

10. Analice la gráfica de velocidad vs tiempo, luego determine el movimiento que ocurre en cada tramo (0-2; 2-4; 4-5), argumente su respuesta matemáticamente.





### 3. CAÍDA LIBRE Y LANZAMIENTO VERTICAL

**Estrategia**

**Gamificación**

#### **Resultado de aprendizaje:**

Analiza que la caída libre y el lanzamiento vertical son casos concretos del M.R.U.V. con aceleración constante ( $g$ ), mediante ejemplificaciones y actividades dinámicas.

**Iniciación**

#### **Actividad 1. Desafíos de iniciación**

Posición	m
Velocidad	m/s
Aceleración	m/s <sup>2</sup>

**Conformación**



Divida a los estudiantes en 4 grupos

**Configuración**



- Cada equipo recibirá dos hojas de papel y lápiz
- En una hoja de papel, cada equipo dibujará una línea horizontal que representará el suelo y colocarán esta hoja en la posición de cada equipo.
- La otra hoja usarla para envolverla y hacerla una bola o pelota.
- Cada equipo elegirá una altura inicial desde la cual lanzarán la bola de papel simulando un lanzamiento hacia arriba.
- Cuando usted dé la señal cada equipo lanzará su objeto hacia arriba desde la altura elegida.
- Al momento de salir el objeto, un miembro del equipo debe medir el tiempo que tarda en tocar el suelo.
- Otro miembro marcará el lugar donde golpea la pelota de papel contra el suelo.

**Puntuación**



- El docente preguntará los tiempos registrados, y el equipo que lo tenga primero recibirá 10 puntos.
- Se otorgará 10 puntos al equipo que el objeto haya caído más cerca de la línea de referencia individual (Hoja simulando el suelo).



### 3. CAÍDA LIBRE Y LANZAMIENTO VERTICAL

#### Reflexión y Discusión



- ¿Qué observaron durante el lanzamiento de los objetos?
- ¿Qué movimiento se relaciona con esta actividad?
- ¿Qué factores afectaron al tiempo que tardó el objeto en llegar al suelo?
- ¿Cuál aceleración consideran que tenían los objetos?

#### Premiación

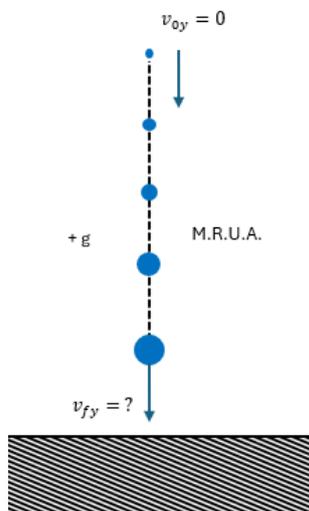


Reconozca al equipo ganador y otorgue pequeños premios o acumule los puntos para que la actividad sea una competencia general

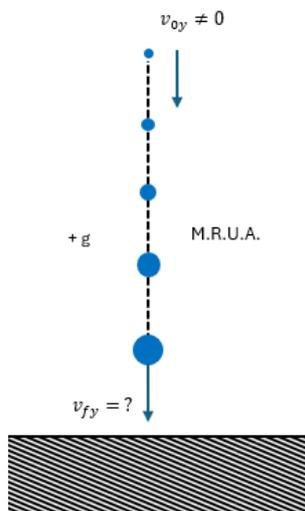
#### Desarrollo

Galileo Galilei, padre de la ciencia moderna, utilizó la experimentación para conocer los hechos y el comportamiento de los fenómenos naturales. Para ello, ideó experimentos con planos inclinados para estudiar con mayor facilidad la caída libre de los cuerpos, lo que le permitió comprobar que la velocidad final que adquiere un cuerpo al bajar por un plano inclinado es la misma que si se dejase caer libremente en vertical desde la misma altura que el plano inclinado.

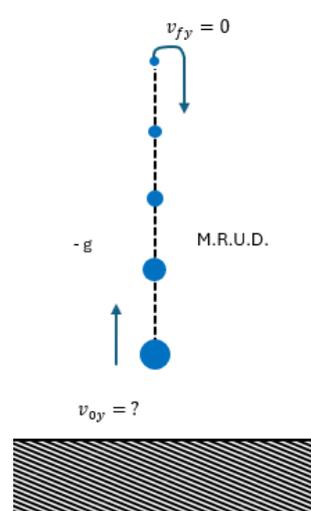
#### Cuando un cuerpo es soltado



#### Cuando un cuerpo es lanzado hacia abajo



#### Cuando un cuerpo es lanzado hacia arriba



El movimiento de caída de los cuerpos es un movimiento rectilíneo uniforme variado: es un movimiento uniforme acelerado cuando el cuerpo cae, siendo la aceleración de la gravedad considerada como positiva (+g) y es un movimiento uniforme desacelerado cuando el cuerpo es lanzado hacia arriba, es decir se presenta un lanzamiento vertical, así la aceleración de la gravedad se considera negativa (-g) por ser el movimiento en contra de la gravedad de la Tierra. El valor de la gravedad depende de las condiciones del lugar donde se lo mida, pues para los cálculos en Física se tomará el valor promedio y que concuerde con el SI, mismo que es el siguiente ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ); equivalente a  $g = 32 \text{ pie/s}^2$  escalarmente.

Como el movimiento es uniformemente acelerado, las ecuaciones escalares de caída libre de los cuerpos son las mismas del movimiento uniformemente variado, con la diferencia de cambiar (a) por (g) y (x) por (h) que en algunos casos también podemos encontrarlo como (y).

### Ecuaciones

$$v_{fy} = v_{0y} + gt \quad (3.1)$$

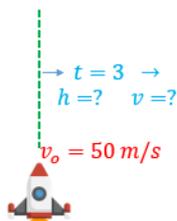
$$h_f = h_0 + \frac{(v_{0y} + v_{fy})}{2} t \quad (3.2)$$

$$h_f = h_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (3.3)$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2g(h_f - h_0) \quad (3.4)$$

### Ejemplo 1

Se lanza un cohete de juguete verticalmente hacia arriba con una velocidad de 50 m/s. Al cabo de 3 segundos, determine: a) La distancia recorrida por el juguete, y b) La velocidad que lleva el cohete.



Al ser lanzado el cuerpo, nos encontramos con el caso específico donde hay ascenso ya que posee una velocidad inicial, con lo cual se puede encontrar la altura a la que estará el cohete después de 3 segundos mediante la ecuación 3.7.

$$h_f = h_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h_{3s} = 0 + 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}(3\text{s}) - \frac{1}{2}(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(3\text{s})^2$$

$$h_{3s} = 150\text{m} - 4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 9\text{s}^2$$

$$h_{3s} = 150\text{m} - 44.1\text{m}$$

$$h_{3s} = 105.9 \text{ m}$$

La distancia que ha recorrido el cohete desde su lanzamiento es de 105.9 metros.

Para encontrar la velocidad que posee a los 3 segundos de su partida, se utiliza la ecuación 3.5.

$$v_{fy} = v_{0y} - gt$$

$$v_{3s} = 50 \frac{m}{s} - (9.8 \frac{m}{s^2})(3s)$$

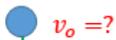
$$v_{3s} = 50 \frac{m}{s} - 29.4 \frac{m}{s}$$

$$v_{3s} = 20.6 \text{ m/s}$$

La velocidad que lleva el cohete de juguete al cabo de 3 segundos es de 20.6 m/s.

### Ejemplo 2

Determine: a) ¿Cuál es la velocidad inicial que debe tener un cuerpo en caída para que alcance 1 kilómetro en 10 segundos?,

  $v_o = ?$

→  $h = 1 \text{ km en } 10s$

Al tener que el cuerpo cae, pero no libremente, nos encontramos con el caso específico donde hay descenso con una velocidad inicial, y al poseer como dato la altura que ha recorrido en un tiempo determinado, se utiliza la ecuación 3.3 sin altura inicial y despejar la velocidad inicial.

$$h_f = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$h_f =$$

$$2h_f = v_{0y}t + gt^2$$

$$2h_f - gt^2 = v_{0y}t$$

$$\frac{2h_f - gt^2}{t} = v_{0y}$$

$$v_{0y} = \frac{2(1000m) - (9.8 \text{ m/s}^2)(10s)^2}{(10s)}$$

$$v_{0y} = \frac{2000 \text{ m} - 980 \text{ m}}{10s}$$

$$v_{0y} = 51 \text{ m/s}$$

### Actividad 2. ¿Quién quiere ganar puntos?

Puntos	0m
Velocidad	0m/s
Aceleración	0m/s <sup>2</sup>

### Conformación



Divida a los estudiantes en 4 grupos (deben ser los mismos de la actividad 1)

### Configuración



- El desafío se trata en equipo, pero bajo la dinámica del juego internacional “¿Quién quiere ser millonario?”
- Cada equipo elegirá a su capitán, quien será el encargado de responder las preguntas del juego, el resto de los compañeros le pueden apoyar cuando active los comodines que le proporciona el juego.
- El juego consta de preguntas de opción múltiple donde solo una es la correcta.
- Hay 6 preguntas divididas en dos niveles, y una pregunta final, así al final de cada nivel tiene la opción de retirarse del juego con los puntos acumulados, además hay un límite de 60 segundos para responder cada pregunta, con excepción de preguntas prácticas.
- Luego de decidir su respuesta, el participante es consultado si su respuesta es definitiva, si dice que sí, su respuesta ya no puede ser cambiada.
- El juego termina sin premio cuando el concursante responda mal una pregunta o se termina el tiempo de juego, por otro lado, el participante gana un punto si se retira al final de cada nivel, y por último gana todos los puntos cuando responde correctamente la pregunta final.

### Puntuación



Si el concursante responde correctamente la pregunta final acumula 85 puntos, si se retira en el nivel 1 acumula 30 puntos, si se retira al final del segundo nivel acumula 60 puntos

### Premiación



Reconozca al equipo ganador y otorgue los premios que usted considere o acumule los puntos para que al final del tema exista un único ganador general de la suma de todos los puntos.

### Acceso al juego

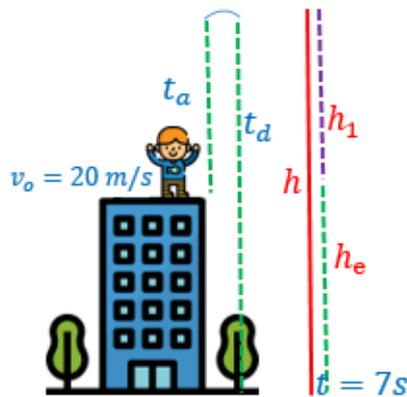


Para acceder a la plantilla del juego puede hacerlo mediante el siguiente link:  
<https://view.genial.ly/65d8d459cc05af00142b8579/interactive-content->

## Aplicación

### Ejemplo 3

Un joven está parado en lo alto de un edificio, cuando lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una rapidez de 20 m/s, si la pelota llega al suelo 7 s después. Determine: a) La altura que alcanzó la pelota, b) El tiempo de ascenso, c) La altura del edificio, y d) La rapidez con la que impacta el suelo.



Para resolver el problema planteado, se lo dividirá en dos sucesos, el primero desde donde es lanzado hasta que alcanza su altura máxima, y el segundo el movimiento de descenso.

Entonces, la altura que alcanzó es su altura máxima, misma que podemos encontrarla por medio de un despeje de la ecuación 3.7., tomando como eje de referencia ( $h_o = 0$ ) el lugar donde es lanzado el objeto. Además, recordemos que en su altura máxima la velocidad es igual a cero.

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 - 2g(h_f - h_o)$$

$$v_{fy}^2 - v_{0y}^2 = -2gh_f$$

$$\frac{v_{fy}^2 - v_{0y}^2}{-2g} = h_f$$

$$h_1 = \frac{(0 \text{ m/s}) - (20 \text{ m/s})^2}{-2(9.8 \text{ m/s}^2)}$$

$$h_1 = \frac{-400 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-19.6 \text{ m/s}^2}$$

$$h_1 = 20.41 \text{ m}$$

La altura que alcanzó la pelota desde su lanzamiento fue de 20.41 m.

Para encontrar el tiempo de ascenso, se lo encuentra despejando t de la ecuación 3.5.

$$v_{fy} = v_{0y} - gt$$

$$v_{fy} - v_{0y} = -gt$$

$$\frac{v_{fy} - v_{0y}}{-g} = t$$

$$t = \frac{0 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2}$$

$$t = 2.22 \text{ s}$$

El tiempo que se demora en alcanzar su altura máxima (desde el punto de lanzamiento) fue de 2.22 segundos.

Para encontrar la altura del edificio, lo haremos encontrando la altura total ( $h$ ) con la ecuación 3.3 y posterior restarle la altura ( $h_1$ ), así se tendrá la altura del edificio ( $h_e$ ).

$$h = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

Para ello se necesita el tiempo de descenso, que se lo encuentra por medio del análisis:

$$t_v = t_a + t_d$$

$$t_d = 7 \text{ s} - 2.22 \text{ s}$$

$$t_v - t_a = t_d$$

$$t_d = 4.78 \text{ s}$$

Con el tiempo encontrado, se reemplaza, considerando que desde que cae el objeto (comienza descenso) parte con velocidad inicial igual a cero.

$$h = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = 0 \text{ m/s} (4.78 \text{ s}) + \frac{1}{2}(9.8 \text{ m/s}^2)(4.78\text{s})^2$$

$$h = 111.96 \text{ m}$$

Entonces la altura del edificio se encuentra mediante el análisis:

$$h = h_1 + h_e$$

$$h_e = 111.96 \text{ m} - 20.41 \text{ m}$$

$$h - h_1 = h_e$$

$$h_e = 91.55 \text{ m}$$

*La altura que tiene el edificio es de 91.55 m.*

Para encontrar la rapidez con la que impacta la pelota en el suelo, se realiza con la ecuación 3.1., tomando en cuenta solo el suceso de descenso.

$$v_{fy} = v_{0y} + gt$$

$$v_{fy} = 0 \text{ m/s} + (9.8 \text{ m/s}^2)(4.78\text{s})$$

$$v_{fy} = 46.84 \text{ m/s}$$

*La velocidad con la que impacta contra el suelo es de 46.84 m/s.*

## Ejercicios y problemas propuestos

1. Un astronauta en la Luna deja caer una pluma y una roca desde la misma altura al mismo tiempo. ¿Cuál de los dos objetos tocará primero la superficie lunar? ¿Cómo difiere esta situación de la misma prueba realizada en la Tierra?
2. Desde lo alto de un acantilado de 800 metros de altura, un alpinista deja caer una piedra mientras otro alpinista lanza una piedra hacia arriba con una velocidad inicial de 25 m/s desde la misma altura. ¿Cuál de las dos piedras llegará primero al suelo? Justifica tu respuesta
3. Un guardia se encuentra en una torre de control y deja caer libremente un objeto desde una altura de 400 metros. Describe cómo varía la velocidad durante la caída. ¿Qué factores pueden influir en esta velocidad?
4. En carnaval desde la terraza de un edificio de 30 m se deja caer un globo lleno de agua. Determine: a) ¿La velocidad del globo con el que le impacta a la cabeza a un joven que está de pie y mide 1.5 m? y b) ¿La velocidad con la que impacta al suelo si no choca con nada en su trayecto?
5. Un fontanero quiere averiguar la profundidad de un pozo, por ello deja caer desde el filo del mismo y escucha que choca con el fondo 6 segundos después del lanzamiento. Si la velocidad del sonido es 330 m/s, determine la profundidad del pozo.
6. En un planeta desconocido se deja caer un objeto desde una altura de 25m, si se observa que su velocidad final es de 13.62 m/s. Calcule: a) El valor de la aceleración en ese planeta, b) Qué planeta es y cuánto tiempo se demora en llegar el objeto al suelo.
7. Desde el borde de un pozo se deja caer a su interior un cubo. Un segundo más tarde se deja caer otro cubo desde el mismo lugar. Calcula la distancia que separa a los dos cubos 2 s después de haber dejado caer el segundo, suponiendo que ninguno ha llegado aún al fondo.
8. Usted que vive en un edificio, y se encuentra en su ventana que está situada 18 m de altura cuando ve pasar un cuerpo hacia arriba con cierta velocidad y al cabo de 14 s lo ve pasar hacia abajo, con una velocidad igual en módulo, pero de distinto sentido. Calcule: a) ¿Cuál fue la velocidad inicial del móvil?, y b) ¿Cuál fue la altura máxima alcanzada?
9. Un cuerpo que cae recorre 224 pies en el último segundo de su movimiento. Suponiendo que el cuerpo partió del reposo, determine: a) ¿Desde qué altura cayó el cuerpo?, y b) ¿Qué tiempo le tomo en llegar al suelo?
10. Un hombre situado en la terraza de un edificio tira una bola verticalmente hacia arriba con una velocidad de 13 m/s. Si la bola se tarda en llegar al suelo 4.5 segundos después de su lanzamiento, determine: a) La altura máxima de la bola desde su punto de lanzamiento, b) La altura del edificio, y c) La velocidad con la llega al suelo

## Evaluación

### Preguntas de análisis teórico

**Escriba V si el enunciado es verdadero o F si falso, según sea el caso.**

1. En caída libre el valor de la aceleración equivale al valor de la gravedad  $g$ . ( )
2. Cuando un cuerpo es lanzado hacia arriba, la aceleración de la gravedad se considera negativa ( $-g$ ). ( )
3. El movimiento de caída de los cuerpos es un caso específico del movimiento rectilíneo uniforme variado. ( )

**Analice la situación, y responda la interrogante planteada.**

4. En el laboratorio de Física se deja caer dos objetos de diferentes masas ( $m_1 > m_2$ ) desde la misma altura al mismo tiempo, ¿cuál llegará primero al suelo? ¿Por qué?
5. Un cohete despegue verticalmente desde la Tierra con una velocidad inicial de 500 m/s. ¿Cómo cambia su velocidad a medida que asciende en la atmósfera terrestre? Justifique su respuesta

### Ejercicios y problemas

**Responda cada una de las preguntas argumentando su respuesta.**

6. Un astronauta en la luna lanzó desde el suelo lunar un objeto verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 8 m/s. Si el objeto tardó 5 s en alcanzar su altura máxima, calcule: a) El valor de la aceleración de la gravedad en la luna, y b) La altura que alcanzó el objeto.
7. Una pelota de tenis es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 30 m/s. Determine: a) La velocidad que posee la pelota, después de 2 s de su lanzamiento, b) La altura máxima, c) El tiempo que se demora en descender.
8. Una familia se encuentra en la ventana de un edificio, cuando la bebe que tienen en los brazos deja caer su muñeca. Si se conoce que desde donde se encontraban hasta el suelo hay una altura de 60m, calcule el tiempo que tarda en llegar al suelo y con qué velocidad lo realiza.
9. Desde un acantilado de 100 m de altura se lanza una piedra a una velocidad de 40 m/s que forma un ángulo respecto de la horizontal de  $30^\circ$ . Calcula: a. la velocidad con que llegará al mar; b. el alcance máximo.
10. Calcular la velocidad con la que se debe arrojar un cuerpo hacia arriba para que permanezca 5 segundos en el aire.



## 4. MOVIMIENTO PARABÓLICO

**Estrategia**

**Experimentos y Laboratorio**

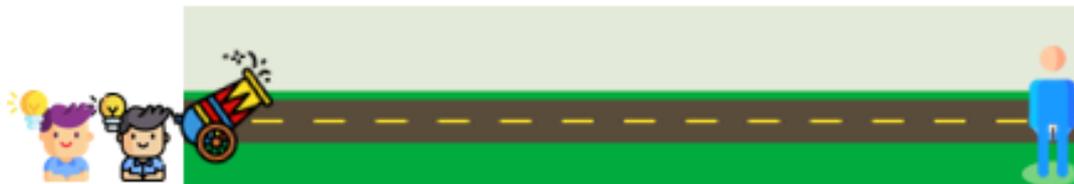
### **Resultado de aprendizaje:**

Describe el movimiento de proyectiles mediante el diseño de dispositivos que permitan comprobar y aplicar los conceptos, así como la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo con las relaciones entre sus magnitudes.

### **Iniciación**

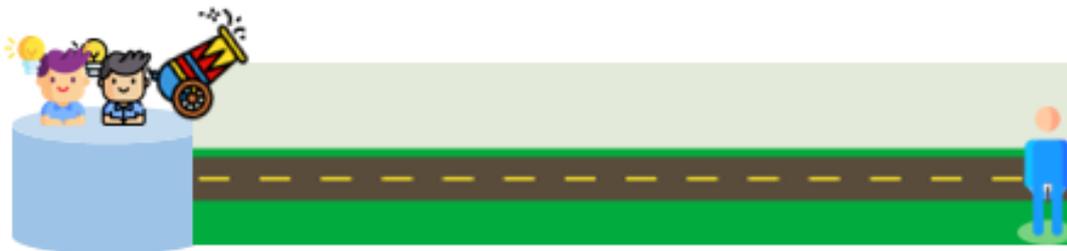
#### **Analice la siguiente situación:**

Dos amigos que están paseando en el parque, observan que hay un concurso. El juego se trata de utilizar un cañón con la finalidad de lanzar un balón de fútbol y entregarlo a un objetivo (persona) que se encuentra a 30 m de distancia. Además, cada uno tiene dos intentos para hacerlo y el cañón está configurado con una velocidad de disparo de 18 m/s que no se puede cambiar.



- ¿Qué trayectoria va a presentar el objeto al ser lanzado?
- Si considera que no afecta el aire (ambiente), ¿qué deben hacer los amigos?

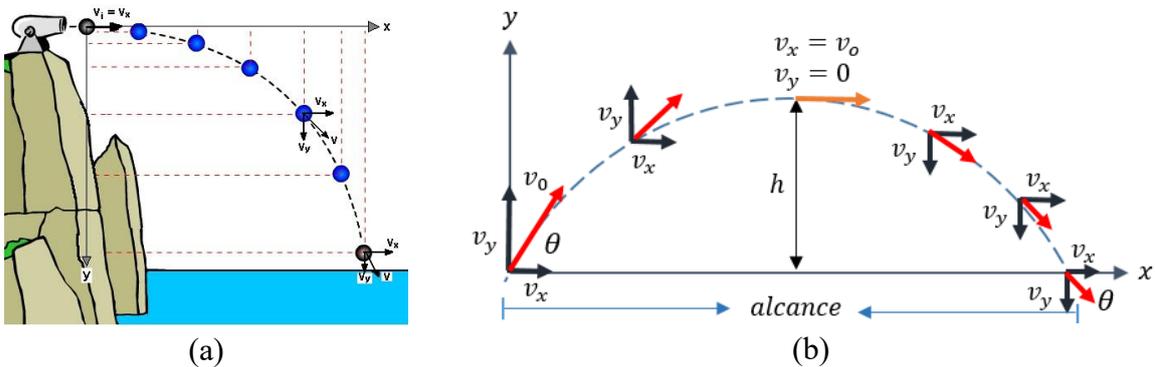
Ahora, si se suben a una plataforma de 10 metros de altura para hacer el lanzamiento con la misma velocidad.



- ¿Qué deben hacer los amigos?
- Interviene la altura inicial en el lanzamiento
- ¿Cuál cree que tome más tiempo en llegar al objetivo? y ¿Por qué?

## Desarrollo

Muchas de las veces se asocia al movimiento parabólico con el movimiento de un proyectil, el mismo que puede presentar una proyección horizontal (figura a) donde las componentes de la velocidad del proyectil lanzado horizontalmente demuestra que viaja a la derecha a medida que va hacia abajo; mientras que por otro lado, también puede presentarse una proyección con ángulo (figura b) donde las componentes de la velocidad se muestran en varios tiempos, la  $v_y = 0$  en la cima del arco o en  $h_{max}$ , el alcance representa a la distancia horizontal máxima  $x_{max}$ , evidenciando un movimiento que en primera instancia es hacia arriba y después hacia abajo mientras viaja a la derecha.



De esta forma se evidencia en ambos casos un movimiento curvilíneo, un movimiento bidimensional en el plano con sus proyecciones sobre los ejes coordenados rectangulares que posee una trayectoria parabólica, el cual está sometido a dos movimientos: a un movimiento horizontal (M.R.U) y a otro vertical (M.R.U.V.) siendo acelerado cuando el cuerpo cae y desacelerado cuando el cuerpo asciende, pues cada movimiento se cumple simultánea e independientemente.

Para determinar las ecuaciones del movimiento parabólico, realizaremos la deducción de ecuaciones escalares en base a la figura (b).

### Rapidez inicial horizontal ( $v_{0x}$ ) y vertical ( $v_{0y}$ )

M.R.U. eje x $a_x = 0$	$\cos \theta = \frac{v_{0x}}{v_0}$	M.R.U.V. eje y $a_y = g$	$\sin \theta = \frac{v_{0y}}{v_0}$
	$v_{0x} = v_0 \cos \theta$ (4.1)		$v_{0y} = v_0 \sin \theta$ (4.2)

### Distancia horizontal o alcance recorrido en un tiempo (t) por el proyectil

$$x = v_{0x}t \qquad x = v_0 \cos \theta t \qquad (4.3)$$

### Altura en que se encuentra el proyectil en un tiempo (t) determinado

$$h = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad h = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (4.4)$$

### Rapidez vertical en un punto (P) y en un tiempo (t)

$$v_{fy} = v_{0y} - gt \qquad v_{fy} = v_0 \sin \theta - gt \qquad (4.5)$$

**Rapidez resultante** ( $V_R$ ) en cualquier instante, resulta de la rapidez inicial horizontal y la vertical final en ese momento

$$V_R^2 = v_{0x}^2 + v_y^2 \quad (4.6)$$

**Altura máxima** ( $h_{max}$ ) que asciende el proyectil, partimos de la ecuación de la rapidez final que adquiere un cuerpo cuando asciende

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 - 2gh_{max}$$

$$v_{fy} = 0$$

$$h_{max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta}{2g} \quad (4.7)$$

**Tiempo** hasta alcanzar la altura máxima, partimos de la ecuación de la rapidez vertical final

$$v_{fy} = v_{0y} - gt$$

$$v_{fy} = 0$$

$$t_s = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$t_s = \frac{v_0 \text{sen} \theta}{g} \quad (4.8)$$

**Tiempo total o tiempo de vuelo** realizado por el proyectil en el aire es  $t_v = 2t_s$

$$t_v = 2 \frac{v_{0y}}{g}$$

$$t_v = \frac{2v_0 \text{sen} \theta}{g} \quad (4.9)$$

**Alcance máximo** correspondiente a la distancia horizontal entre el punto de partida y llegada al suelo del proyectil

$$x = v_{0x} t_v$$

$$x_{max} = v_0 \cos \theta \frac{2v_0 \text{sen} \theta}{g}$$

$$x_{max} = \frac{2v_0^2 \cos \theta \text{sen} \theta}{g}$$

$$x_{max} = v_0 \cos \theta t_v \quad (4.10)$$

Como  $2 \cos \theta \text{sen} \theta = \text{sen} 2\theta$  (función del ángulo doble)

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \text{sen} 2\theta}{g} \quad (4.11)$$

Para lograr el máximo alcance, depende del ángulo de tiro y de la rapidez inicial; por lo tanto, sabemos que el mayor valor del seno es  $1 = 90^\circ$ , y  $\text{sen} 2\theta = 1$ , en consecuencia

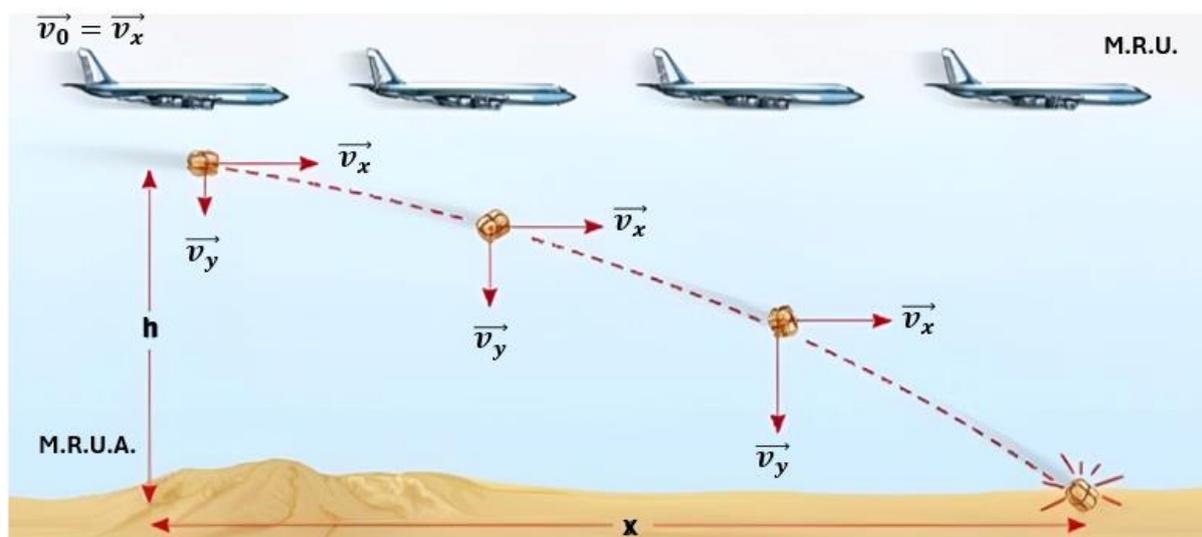
$$2\theta = 90^\circ$$

$$\theta = \frac{90^\circ}{2}$$

$$\theta = 45^\circ$$

Con este ángulo de tiro se logra el máximo alcance.

El tiro horizontal es también un caso del movimiento parabólico, los casos más conocidos son cuando desde un objeto que generalmente se lo asocia con el movimiento uniforme de un avión, que viaja horizontalmente a cierta velocidad en el aire, deja caer otro objeto el cual va a tener un movimiento compuesto, debido a que por la inercia conserva la rapidez que lleva el avión (M.R.U.), pero por la caída de los cuerpos también se mueve con M.R.U.A. El tiempo que tardará en caer el objeto a tierra será igual al tiempo que empleará si el avión estuviera quieto y dejará caer al objeto desde esa misma altura.



En consecuencia, en este movimiento se emplean las mismas ecuaciones del M.R.U. y de caída libre M.R.U.A.

**M.R.U. en el eje x**

$$a_x = 0$$

$$v_0 = v_{0x} = v_x = \text{constante}$$

$$x = v_0 t \quad (4.12)$$

**M.R.U.A. en el eje y**

$$a_y = 0 \quad h = y$$

$$h = v_{0y} t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_{0y} = 0, \text{ si el cuerpo cae del reposo}$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad (4.13)$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2gh \quad (4.14)$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2g \left( \frac{1}{2} g t^2 \right)$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + (gt)^2 \quad (4.15)$$

**GUÍA DE PRÁCTICA DE LABORATORIO DE FÍSICA N° 1****1. DATOS INFORMATIVOS**

- 1.1. Nombre del Docente: Steven Vargas
- 1.2. Asignatura: Física
- 1.3. Curso: 1ero B.G.U.
- 1.4. Número de estudiantes: xx
- 1.5. Periodo Académico: 2023 – 2024
- 1.6. Fecha de ejecución: .....
- 1.7. Nombre de los integrantes: .....

**2. DATOS DE LA PRACTICA DE LABORATORIO**

- 2.1. Tema de la práctica: Movimiento parabólico
- 2.2. Objetivo de la práctica:
  - Determinar las leyes y ecuaciones del movimiento parabólico.
  - Diseñar un prototipo de catapulta que permita evidenciar la aplicación de los conceptos teóricos que rigen al movimiento parabólico.

**3. ACTIVIDADES A DESARROLLAR**

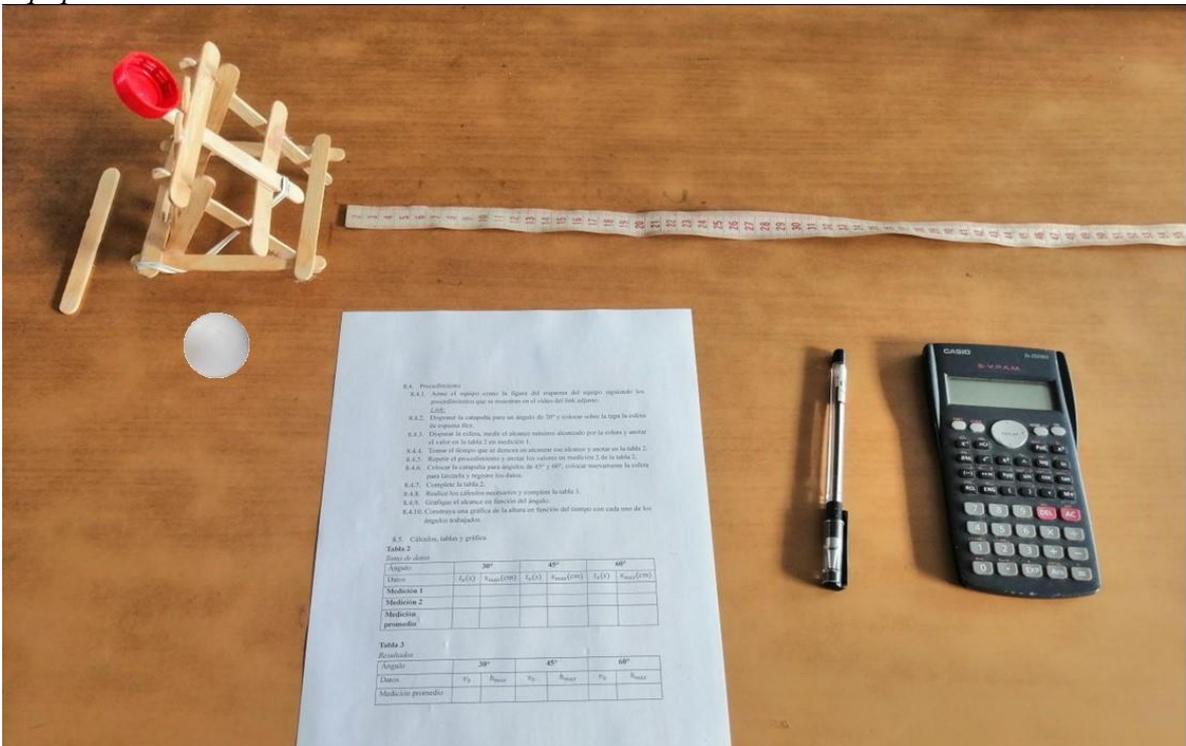
- 3.1. Situación problémica
  - ¿Qué sucede con la velocidad vertical en el movimiento parabólico? ¿Qué sucede con la velocidad horizontal?
  - ¿Qué restricciones tiene este movimiento?
  - ¿Cuál es la relación existente entre el ángulo y la altura máxima?
  - Si todos los lanzamientos partieran con la misma velocidad, ¿cuál es la relación entre el ángulo y el alcance máximo?

**3.2. Materiales****Tabla 1***Listado de materiales*

<b>Cantidad</b>	<b>Descripción</b>
1	Silicona
1	Paquete de paletas de helado
1	Tapa de botella
8	Ligas grandes
1	Pelota espuma Flex N°1
1	Tijera
1	Esfero
1	Regla o cinta métrica
1	Graduador

### 3.3. Esquema del equipo

**Figura 1**  
*Equipo Armado*



### 3.4. Procedimiento

- 3.4.1. Arme el equipo como la figura del esquema del equipo siguiendo los procedimientos que se muestran en el video del link adjunto.  
Link: [https://drive.google.com/file/d/1rE8rO4xHnFhYh\\_NP5XUTAynBi-TL2SFk/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1rE8rO4xHnFhYh_NP5XUTAynBi-TL2SFk/view?usp=sharing)
- 3.4.2. Disponer la catapulta para un ángulo de  $30^\circ$  y colocar sobre la tapa la esfera de espuma flex.
- 3.4.3. Disparar la esfera, medir el alcance máximo alcanzado por la esfera y anotar el valor en la tabla 2 en medición 1.
- 3.4.4. Repetir el procedimiento y anotar los valores en medición 2 de la tabla 2.
- 3.4.5. Colocar la catapulta para ángulos de  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , colocar nuevamente la esfera para lanzarla y registre los datos.
- 3.4.6. Complete la tabla 2.
- 3.4.7. Realice los cálculos necesarios y complete la tabla 3.
- 3.4.8. Grafique el alcance en función del ángulo.
- 3.4.9. Construya una gráfica de la altura en función del tiempo con cada uno de los ángulos trabajados

### 3.5. Cálculos, tablas y gráfica

**Tabla 2**

*Toma de datos*

Ángulo	30°	45°	60°
Datos	$x_{max}(m)$	$x_{max}(m)$	$x_{max}(m)$
Medición 1			
Medición 2			
Medición promedio			

**Tabla 3**

*Resultados*

Ángulo	30°			45°			60°		
Datos	$v_0 \left(\frac{m}{s}\right)$	$h_{max}(m)$	$t_v(s)$	$v_0 \left(\frac{m}{s}\right)$	$h_{max}(m)$	$t_v(s)$	$v_0 \left(\frac{m}{s}\right)$	$h_{max}(m)$	$t_v(s)$
Medición promedio									

- Grafique el alcance en función del ángulo
- Construya una gráfica de la altura en función del tiempo con cada uno de los ángulos trabajados

#### 4. BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA

Alonso, M. & Finn, E. (1967). *Fundamental University Physics*. Fondo Educativo Interamericano.

Young, H. & Freedman, R. (2009). *Física Universitaria*. (12va ed.). Pearson Educación.

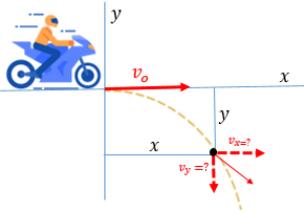
Burns, P. (Physics Burns). (2022, 28 de septiembre). *Accurate Catapult with Popsicle Sticks* [Video]. YouTube. [https://youtu.be/UUJiDIzy\\_do?si=vKkRNrI18Qk0VmVW](https://youtu.be/UUJiDIzy_do?si=vKkRNrI18Qk0VmVW)

#### 5. OBSERVACIONES

.....

#### Ejemplo 1

Un acróbata en motocicleta se lanza del borde de un risco. Justo en el borde, su velocidad es horizontal con magnitud de 7 m/s. Obtenga la posición, distancia desde el borde y velocidad de la motocicleta después de 0.5 s.



En el borde del risco, cuando el acróbata comienza su travesía tiene solo velocidad en  $x$ , por lo tanto:

$$v_{0x} = 7 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = 0 \text{ m/s}$$

Para determinar la posición de la motocicleta en  $t = 0.5 \text{ s}$ , se utiliza la ecuación 4.3 del alcance y la ecuación 4.4 de la altura en cualquier tiempo.

$$x = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 0.5 \text{ s} = 3.5 \text{ s}$$

$$h = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = -\frac{1}{2}\left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.5 \text{ s})^2$$

$$h = -1.23 \text{ m}$$

Es decir que la motocicleta está en  $(3.5; -1.23) \text{ m}$ . Donde, el valor negativo de  $y$  indica que en este instante la motocicleta está debajo de su punto inicial.

Para determinar la distancia desde el borde, se aplica la resultante de la posición:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(3.5)^2 + (-1.23)^2} \text{ m}$$

$$r = 3.71 \text{ m}$$

Para determinar la magnitud de la velocidad resultante que tendrá en  $t = 0.5 \text{ s}$ , se utiliza la ecuación 4.6, pero aún no se cuenta con la rapidez vertical final, por lo que para ello se utilizará la ecuación 4.5

$$v_x = v_{0x} = 9 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$v_y = -9.8 \text{ m/s}^2(0.5 \text{ s})$$

$$v_y = -4.9 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$$

$$v = \sqrt{(9)^2 + (-4.9)^2} \text{ m/s}$$

$$v = 10.25 \text{ m/s}$$

La magnitud de la velocidad es de  $10.25 \text{ m/s}$  después de  $0.5 \text{ s}$ .

## Ejemplo 2

Dos amigos que están paseando en el parque, observan que hay juego, que se trata de utilizar un cañón con la finalidad de lanzar un balón de fútbol y entregarlo a un objetivo que se encuentra a 30 m de distancia. Además, cada uno tiene dos intentos para hacerlo y el cañón está configurado con una rapidez de disparo de 18 m/s que no se puede cambiar.

### Laboratorio Virtual



## GUÍA DE PRÁCTICA DE LABORATORIO DE FÍSICA N° 2

### 1. DATOS INFORMATIVOS

- 1.1. Nombre del Docente: Steven Vargas
- 1.2. Asignatura: Física
- 1.3. Curso: 1ero B.G.U.
- 1.4. Número de estudiantes: xx
- 1.5. Periodo Académico: 2023 – 2024
- 1.6. Fecha de ejecución: .....
- 1.7. Nombre de los integrantes: .....

### 2. DATOS DE LA PRACTICA DE LABORATORIO

- 2.1. Tema de la práctica: Movimiento parabólico idealizado
- 2.2. Objetivo de la práctica:
  - Observar cómo afecta la resistencia del aire en el movimiento del proyectil.
  - Describir cómo interviene en el alcance máximo la altura inicial del lanzamiento.
  - Analizar gráficamente la relación del ángulo de tiro con la altura máxima y alcance máximo

### 3. ACTIVIDADES A DESARROLLAR

- 3.1. Situación problemática
  - ¿Cuál es la relación existente entre el ángulo y la altura máxima? ¿cuál es la relación entre el ángulo y el alcance máximo?
  - ¿Cómo afecta o interviene la resistencia del aire en el movimiento del proyectil?

#### 3.2. Materiales

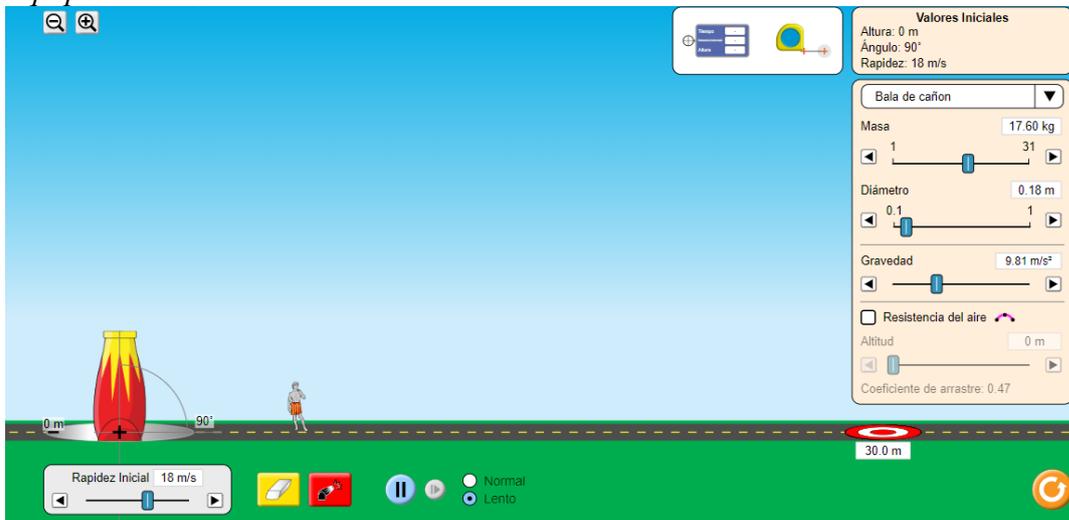
#### Tabla 1

#### Listado de materiales

Cantidad	Descripción
	Simulador: <a href="https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html?locale=es">https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html?locale=es</a>
	Guía de Laboratorio

### 3.3. Esquema del equipo

**Figura 1**  
*Equipo Armado*



### 3.4. Procedimiento

3.4.1. Ingrese al simulador mediante el siguiente enlace.

*Link:* [https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion\\_all.html?locale=es](https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html?locale=es)

3.4.2. Colocar el objetivo a 30 m de distancia.

3.4.3. Seleccionar en el recuadro de la parte derecha el objeto de balón de fútbol.

3.4.4. Verificar que la rapidez inicial sea 18 m/s.

3.4.5. Teniendo pulsado el mouse sobre el cañón, puede deslizarlo y cambiarle el ángulo de lanzamiento.

3.4.6. Para iniciar el lanzamiento dar clic en el recuadro rojo de lanzamiento .

3.4.7. Para utilizar la herramienta de medida que proporciona el software, arrástrela al punto donde quiere medir y le proporciona los datos, tal como la imagen.



3.4.8. Completar la tabla 1.

3.4.9. Para mover la altura inicial tener seleccionado el “+” que se encuentra en el cañón y moverlo hacia arriba, hasta la posición solicitada (Ahora, si los niños se suben a una plataforma de 10 metros de altura para hacer el lanzamiento con la misma velocidad y ángulos de tiro)

3.4.10. Completar la tabla 2.

3.4.11. Realizar una gráfica de cada uno de los lanzamientos (ángulos) donde se muestre el alcance (eje x) y altura (eje y) identificando con colores cada uno.

### 3.5. Cálculos, tablas y gráfica

**Tabla 2**

*Toma de datos*

Niño	1				2			
Intentos	ángulo	$x_{max}(m)$	$t(s)$	$h_{max}(m)$	ángulo	$x_{max}(m)$	$t(s)$	$h_{max}(m)$
1ero								
2do								

**Tabla 3**

*Toma de datos con altura inicial*

Niño	1				2			
Intentos	ángulo	$x_{max}(m)$	$t(s)$	$h_{max}(m)$	ángulo	$x_{max}(m)$	$t(s)$	$h_{max}(m)$
1ero								
2do								

- Realizar una gráfica de cada uno de los lanzamientos (ángulos) donde se muestre el alcance (eje x) y altura (eje y) identificando con colores cada uno.
- Resuelva el siguiente ejercicio con ayuda del simulador: Un proyectil es disparado con una rapidez inicial de 18 m/s, pero debe impactar en un blanco localizado a 30 m de distancia. Determinar: a) El ángulo de tiro, b) La altura máxima, y c) El instante en que el proyectil asciende 4 m.
- En la parte derecha del simulador active la casilla resistencia del aire, y realice el ejercicio anterior con los mismos datos, verifique que cambia. ¿Es mucho la variación? ¿Es conveniente despreciar la resistencia del aire?

#### 4. BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA

Alonso, M. & Finn, E. (1967). *Fundamental University Physics*. Fondo Educativo Interamericano.

Young, H. & Freedman, R. (2009). *Física Universitaria*. (12va ed.). Pearson Educación.

#### 5. OBSERVACIONES

.....

#### Recurso Docente

Ingresar al siguiente link para obtener la guía 1 desarrollada.



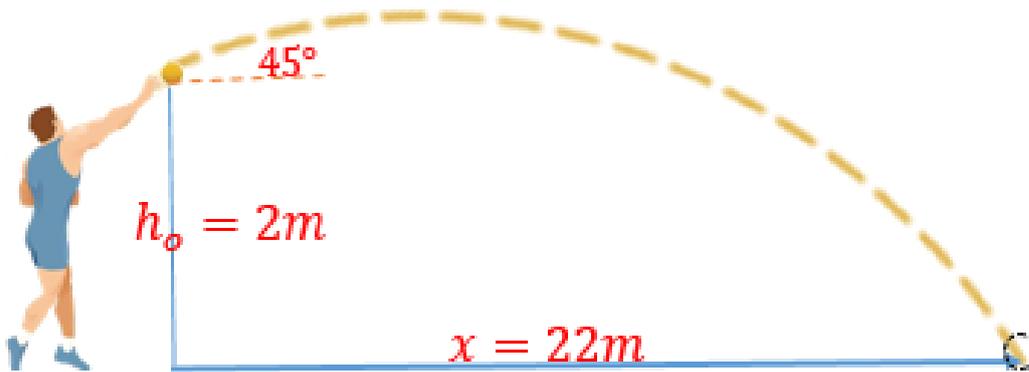
[https://drive.google.com/file/d/128ymsTxo0w3tZS6Rw6m7c4rMxqo9s\\_Zm/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/128ymsTxo0w3tZS6Rw6m7c4rMxqo9s_Zm/view?usp=sharing)



## Aplicación

### Ejemplo 3

En una prueba de atletismo de lanzamiento de bala (peso), una mujer logra una marca de 22 m. Sabiendo que la bala sale de su mano a 2 m del suelo y con un ángulo de  $45^\circ$ , calcule la velocidad inicial del lanzamiento.



Se conoce que la velocidad inicial se compone de  $v_{ox}$  y  $v_{oy}$ , las mismas que están denotas por la ecuación 4.1 y 4.2:

$$v_{ox} = v_o \cos(\theta)$$

$$v_{oy} = v_o \text{sen}(\theta)$$

Además, se tiene que en el eje horizontal presenta un M.R.U., por lo que el alcance máximo está representado por la ecuación 4.3:

$$x = v_{ox} * t$$

$$x = v_o * \cos(\theta) * t$$

Ecuación en la cual se reemplaza el dato de x, y se despeja tanto  $v_o$  como t:

$$\frac{22}{t * \cos(\theta)} = v_o$$

$$\frac{22}{v_o \cos(\theta)} = t$$

A partir de estos despejes realizados, se encontrará el tiempo de vuelo de la bala, es decir cuando llegue al suelo ( $h = 0$ ), por medio de la ecuación 4.4 de la altura a cualquier tiempo t, donde aumentaremos  $h_o$ :

$$h = h_o + v_o \text{sen } \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 2m + v_o * \text{sen } 45 * \left( \frac{22 m}{v_o * \cos 45} \right) - \frac{1}{2} (9.8 m/s^2) t^2$$

$$0 = 2m + \left( \frac{22 m * v_o * \text{sen } 45}{v_o * \cos 45} \right) - 4.9 \frac{m}{s^2} * t^2$$

$$0 + 4.9 \frac{m}{s^2} * t^2 = 2m + 22 m * \tan 45$$

$$4.9 \frac{m}{s^2} * t^2 = 2m + 22 m * 1$$

$$4.9 \frac{m}{s^2} * t^2 = 24 m$$

$$\sqrt{t^2} = \sqrt{\frac{24}{4.9} s^2}$$

$$t = 2.21 s$$

Si bien la raíz cuadrada da dos soluciones, se toma el valor positivo, pues no hay tiempos negativos.

Con ello ya se puede encontrar el valor de la velocidad inicial, en base al despeje de  $v_o$  de la ecuación 4.4.

$$\frac{22 m}{2.21 s * \cos(45)} = v_o$$
$$14.08 m/s = v_o$$

*La velocidad inicial de la bala que lanzó el atleta fue de 14.08 m/s.*

## Ejercicios y problemas propuestos

1. Un proyectil es lanzado desde el suelo con una velocidad inicial ( $v_0$ ) que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal, ¿Cómo se vería afectado el alcance si la velocidad inicial fuera mayor con el mismo ángulo de inclinación?
2. Un pájaro vuela en línea recta a una velocidad constante de  $10 \text{ m/s}$ . Si deja caer una nuez desde el aire, ¿cómo será la trayectoria de la nuez? ¿Qué tipo de movimiento experimentará?
3. Un niño quiere bajar un objeto que está a una altura de  $16 \text{ m}$  y  $16.3 \text{ m}$  de distancia horizontal, para ello decide patear un balón a una velocidad de  $20 \text{ m/s}$  con un ángulo de  $45^\circ$  pero no logra derivarla. Explique qué debería hacer el niño para alcanzar el objetivo.
4. Los niños están jugando en la cancha sintética del barrio que tiene un muro de  $3 \text{ m}$ , cuando el balón sale al exterior (calle) por encima del muro. Un hombre que transitaba a  $53 \text{ m}$  del muro patea el balón con un ángulo de  $55^\circ$  a una velocidad de  $24 \text{ m/s}$ . Determine si el balón regresa a la cancha, o por el contrario no lograr pasar por encima del muro.
5. Una cancha de tenis mide  $23.8 \text{ m}$  entre líneas de fondo, y la red central tiene una altura de  $0.92 \text{ m}$ . Si un tenista realiza un saque desde el centro de su línea de fondo a una altura de  $2.7 \text{ m}$  con una velocidad horizontal de  $108 \text{ km/h}$ , y la pelota ha impactado  $1.5 \text{ m}$  antes de la línea de fondo contraria. Calcular: a) ¿El tiempo que estará la pelota en el aire?, y b) ¿a qué altura pasará la pelota sobre la red?
6. Una ametralladora dispara una bala con una velocidad de  $650 \text{ pies/s}$ . Determinar los ángulos bajo los cuales la bala alcanzará un blanco situado a  $450 \text{ pies}$  de distancia y  $18 \text{ pies}$  de alto.
7. Desde un acantilado de  $100 \text{ m}$  de altura se lanza una piedra a una velocidad de  $40 \text{ m/s}$  y forma un ángulo de  $30^\circ$  respecto a la horizontal. Calcula: a) El tiempo que tarda en llegar al mar, b) El alcance máximo, y c) La altura máxima de la piedra respecto al suelo
8. Un atleta se encuentra en una prueba nacional de lanzamiento de bala, y logra una marca de  $30 \text{ m}$ . Sabiendo que la bala sale de su mano a  $1.7 \text{ m}$  del suelo y con un ángulo de  $55^\circ$ , determine la velocidad inicial del lanzamiento.
9. Un arquero lanza una flecha horizontalmente desde una torre de  $12 \text{ m}$  de altura. Si la flecha sale del arco con una velocidad de  $15 \text{ m/s}$ , determine: a) El tiempo que estará la flecha en el aire, y b) La velocidad y el ángulo con que impactará el suelo.
10. Un futbolista patea la pelota en un tiro libre con una velocidad de  $15 \text{ m/s}$  formando un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal. Si la barrera se encuentra a  $10 \text{ m}$  de distancia, y el portero coloca solo a jugadores con una altura de  $1.90 \text{ m}$ , determine si la pelota logra pasar la barrera.

## Evaluación

### Preguntas de análisis teórico

**Escriba V si el enunciado es verdadero o F si falso, según sea el caso.**

1. El movimiento de un proyectil es acelerado cuando el cuerpo asciende y desacelerado cuando el cuerpo desciende. ( )
2. Cuando un proyectil alcanza su altura máxima, su velocidad vertical es diferente de cero. ( )
3. Un lanzamiento de proyectil es un movimiento bidimensional en el plano con sus proyecciones sobre los ejes coordenados rectangulares, el cual es M.R.U en el eje horizontal y M.R.U.V. en el eje vertical. ( )

**Analice la situación, y responda la interrogante planteada.**

4. Un niño patea una pelota desde el borde de un acantilado con una velocidad inicial de 12 m/s y un ángulo de inclinación respecto a la horizontal. ¿Qué influencia tiene el ángulo de lanzamiento en el movimiento de la pelota?
5. Un francotirador debe alcanzar un objetivo que está 1 km de distancia, si su arma dispara el proyectil con una rapidez de 350 m/s, explique con argumentos ¿qué debería hacer para alcanzar el objetivo?

### Ejercicios y problemas

**Responda cada una de las preguntas argumentando su respuesta.**

6. Un proyectil es disparado con una velocidad de 250 m/s formando un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Calcula: a) El tiempo que tarda en caer, b) El alcance máximo, y c) La altura máxima
7. Desde el suelo se patea un balón con una velocidad de 40 m/s y un ángulo de tiro de  $45^\circ$ . Calcula el vector velocidad después de 4 s del lanzamiento.
8. Se dispara un proyectil al aire desde lo alto de una torre que está a 100 m por encima de un valle. Si su velocidad inicial fue de 60 m/s con  $60^\circ$  respecto a la horizontal, se genera la interrogante de: ¿dónde caerá el proyectil?
9. Un avión bombardero está volando horizontalmente a una altura de 1.2 km con una velocidad de 180 km/h. Calcula: a) La velocidad de la bomba al llegar el suelo, y b) La distancia horizontal cubierta por la bomba.
10. Un futbolista patea hacia el arco con una velocidad de 15 m/s. Calcula: a) El alcance para un ángulo de tiro de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , b) El tiempo que el balón permanece en el aire en cada uno de los supuestos anteriores, y c) Interprete la relación del ángulo con el alcance máximo



## 5. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

### Estrategia

### Aprendizaje Basado en Problemas

#### Resultado de aprendizaje:

Comprende las características y relaciones de las magnitudes cinemáticas del movimiento circular uniforme, y las aplica en la resolución de problemas de aplicación

### Iniciación

#### Situación de Análisis



*Analicen la situación presentada en equipos conformados por 2-3 personas:*

- Imagina que eres un/a ingeniero/a encargado/a de diseñar un parque de diversiones y que uno de los juegos principales es un carrusel gigante con asientos móviles. Los niños y niñas disfrutan de este juego mientras los asientos se mueven en círculo a una velocidad constante
- Sin embargo, has notado que algunos padres están preocupados por la seguridad de sus hijos debido a la velocidad a la que giran los asientos. Quieren estar seguros de que no hay riesgo de que los asientos se desprendan o que los niños sufran mareos
- Tu tarea como ingeniero/a es asegurarte de que el movimiento de los asientos del carrusel sea seguro y confortable para los niños y niñas

#### Reflexión y Discusión



- ¿Cómo definirías el movimiento de los asientos del carrusel?
- ¿Qué factores considerarías al diseñar el movimiento circular de los asientos para garantizar la seguridad y comodidad de los usuarios?
- ¿Qué conceptos físicos podrían aplicarse para comprender mejor el movimiento de los asientos del carrusel?
- ¿Cómo podríamos conocer la velocidad de los asientos del carrusel?
- ¿Qué medidas tomarías para asegurarte que los niños disfruten del juego sin preocupaciones?

## Desarrollo

El movimiento cuya trayectoria se puede describir por una circunferencia de radio (R) o mediante un arco de circunferencia (S) se denomina Movimiento Circular.

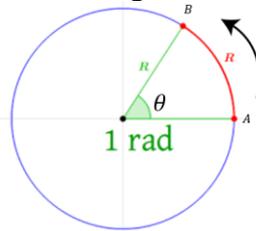
El Movimiento Circular Uniforme (cuyas siglas son M.C.U.) se refiere a aquel cuya trayectoria circular es constante, es decir, no tiene aceleración tangencial.

La **distancia** en el M.C.U. (S) corresponde a la longitud de arco recorrido por un objeto.

$$S = \Delta\theta R \quad (5.1)$$

**Radián** (rad) es el ángulo central del que corresponde un arco, cuya longitud es igual al radio de la circunferencia, como se aprecia en la figura:

$$\text{ángulo} = \frac{\text{Longitud de arco}}{\text{Longitud de radio}}$$



La longitud de la circunferencia es igual  $2\pi R$ . De esta manera, se pueden describir las siguientes equivalencias:

$$1 \text{ rev} = 1 \text{ vuelta} = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

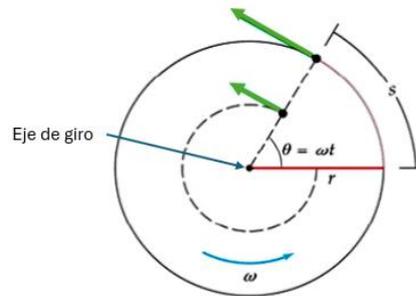
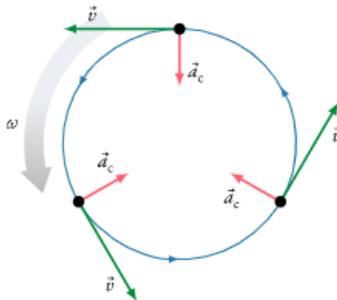
**Posición angular** es el ángulo ( $\theta$ ) formado entre el vector posición del objeto y el eje de referencia (x).

$$\vec{r} = (r, \theta) = (r_x \vec{i} + r_y \vec{j}) \quad (5.2)$$

$$r_x = r \cos \theta \quad (5.3)$$

$$r_y = r \sin \theta \quad (5.4)$$

El Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.) se da cuando el móvil recorre ángulos o arcos iguales en tiempos iguales, manteniéndose la velocidad angular ( $\omega$ ) y la rapidez ( $v$ ) constantes.



Los puntos situados a mayor distancia del eje de giro se mueven con mayor rapidez por tener que recorrer una mayor longitud de arco de la circunferencia, pero en igual intervalo de tiempo que los demás; en cambio, todos se mueven con igual velocidad angular describiendo el mismo ángulo durante el mismo intervalo de tiempo.

## Elementos y características del movimiento circular

1. **Período (T).** Es el tiempo que emplea un objeto en dar una vuelta completa ( $n$ ). Su unidad es el segundo (representada en el SI con  $s$ ) y se puede calcular mediante:

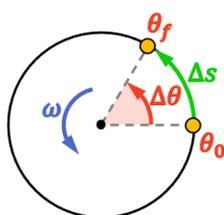
$$T = \frac{1}{n} \quad (5.5)$$

2. **Frecuencia (f).** Es el número de revoluciones o vueltas realizadas por el objeto en cada unidad de tiempo. La frecuencia se mide en  $rev/s$ ,  $rev/min$ ,  $1/s$  o hertz ( $Hz$ ). Además, es el inverso del periodo, de modo que:

$$Tf = \frac{t n}{n t}; \quad Tf = 1$$

$$f = \frac{1}{T} \quad (5.6)$$

3. **Desplazamiento angular ( $\Delta\theta$ ).** Es el cambio en la posición angular (medida en radianes) de una partícula con relación a un sistema de referencia en un intervalo de tiempo.



$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_0 \quad (5.7)$$

Cuando da una vuelta completa, el desplazamiento angular también puede hallarse de la siguiente manera:

$$\Delta\theta = 2\pi n \text{ rad} \quad (5.8)$$

4. **Velocidad angular ( $\omega$ ).** Es el desplazamiento angular descrito por intervalo de tiempo. Esta velocidad siempre es constante en el M.C.U. La unidad de acuerdo con el SI es el radián por segundo ( $rad/s$ ) y se puede hallar mediante:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{t} \quad (5.10)$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} \quad (5.11)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (5.12)$$

5. **Rapidez tangencial o módulo de la velocidad tangencial ( $v_t$ ).** En el movimiento circular uniforme, la rapidez lineal permanece constante en módulo, pero varía en dirección y sentido debido a que siempre debe ser tangente a la circunferencia. Su unidad en el SI es la misma que la rapidez lineal, es decir,  $m/s$ . Puede ser calculada a partir de las siguientes ecuaciones, en función de la información que se proporcione:

$$v = \frac{S}{t} \quad (5.13)$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (5.14)$$

$$v = \omega R \quad (5.15)$$

6. **Módulo de la aceleración centrípeta ( $a_c$ ).** Como se mencionó anteriormente, en el M.C.U. no hay aceleración tangencial; de modo que sólo se genera aceleración centrípeta. Esta aceleración es la encargada que la trayectoria continúe siendo circular

durante todo el movimiento. Es perpendicular a la velocidad tangencial, tiene la misma dirección del radio y está dirigida hacia el centro de la circunferencia. El módulo es constante y su unidad en el SI es el metro por segundo cuadrado ( $m/s^2$ ).

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (5.16)$$

$$a_c = \omega^2 R \quad (5.17)$$

**Nota:** En la resolución de problemas con movimiento circular, si el movimiento del objeto es en sentido antihorario (es decir, contrario al sentido de las manecillas del reloj), el ángulo que describe se considera positivo (+) y si se mueve en sentido horario (es decir, en el mismo sentido que las manecillas del reloj), el ángulo que describe se considera negativo (-).

### Ejemplo 1

#### Clarificar términos:

**Radio.-** Corresponde a la distancia que existe entre el centro de la rotación hasta cualquier punto de la trayectoria circular, pues a través de su valor se puede determinar la longitud de la circunferencia y también es necesaria para hallar valores como la velocidad lineal o tangencial, la aceleración centrípeta e inclusive la velocidad angular.

**Revoluciones.-** Hace referencia al número de veces que una rueda de esmeril gira alrededor de su propio eje en un periodo de tiempo determinado.

#### Definición del problema:

Una rueda de esmeril de 15 cm de radio da 400 revoluciones en 5 minutos. Calcular:

- El valor la frecuencia
- El período
- La velocidad angular
- La rapidez tangencial
- El desplazamiento
- El módulo de la aceleración centrípeta

#### Análisis del problema:

Primero vamos a identificar los datos que tenemos en el problema planteado y lo que se solicita calcular.



$$R = 15 \text{ cm} * \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.15 \text{ m}$$

$$n = 400 \text{ rev} * \frac{1 \text{ vuelta}}{1 \text{ rev}} = 400 \text{ vueltas}$$

$$t = 5 \text{ min} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 300 \text{ s}$$

$$f = ? \quad T = ? \quad \omega = ?$$

$$v_t = ? \quad \Delta\theta = ? \quad a_c = ?$$

#### Clasificación de ideas:

- Dado que se cuenta con el número de vueltas y el tiempo, para el cálculo de la frecuencia se empleará la ecuación 5.6
- Para hallar el período, se empleará la ecuación 5.5.

- La velocidad angular se la puede hallar empleando la ecuación 5.11 o 5.12, dado que previamente ya se ha calculado  $T$  y  $f$ .
- La velocidad tangencial, se puede usar la ecuación 5.14 o 5.15.
- Para el cálculo del desplazamiento angular, se empleará la ecuación 5.9.
- El cálculo de la aceleración centrípeta puede realizarse con la ecuación 5.16 o 5.17.

### Formulación de objetivos de aprendizaje:

Identificar las variables físicas relevantes en un MCU, como la frecuencia, el período, la velocidad angular, la rapidez tangencial, el desplazamiento y la aceleración centrípeta.

### Estudio y resolución individual:

Empleando la ecuación 5.6, se obtiene el valor de la frecuencia:

$$f = \frac{n}{t}$$

$$f = \frac{400 \text{ vueltas}}{300 \text{ s}}$$

$$f = \frac{4 \text{ vueltas}}{3 \text{ s}}$$

$$f = 1.33 \text{ s}^{-1}$$

$$f = 1.33 \text{ Hz}$$

Con la ecuación 5.5, el valor del período es el siguiente:

$$T = \frac{t}{n}$$

$$T = \frac{300 \text{ s}}{400 \text{ vueltas}}$$

$$T = 0.75 \text{ s}$$

Reemplazando el valor del período en la ecuación 5.11, la velocidad angular tiene el siguiente resultado:

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{0.75 \text{ s}}$$

$$\omega = 8.38 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

El valor de la velocidad tangencial usando la ecuación 5.14 es:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$v = \frac{2\pi(0.15 \text{ m})}{0.75 \text{ s}}$$

$$v = 1.26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El desplazamiento angular, haciendo uso de la ecuación 5.9 es:

$$\Delta\theta = 2\pi n \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = 2\pi (400) \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = 2513.28 \text{ rad}$$

Empleando la ecuación 5.16, la aceleración centrípeta tiene el siguiente valor:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \frac{\left(1.26 \frac{m}{s}\right)^2}{0.15 \frac{m}{m}}$$

$$a_c = 10.56 \frac{m}{s^2}$$

### Interpretación y discusión de los resultados:

La rueda de esmeril gira a una velocidad constante, con una frecuencia de 1.33 Hz, dando una vuelta completa en 0.75 s a una velocidad angular de 8.38 rad/s, desplazándose 2513.28 radianes en los 5 minutos, con una velocidad tangencial de 1.26 m/s. Para seguir manteniendo su trayectoria circular, ha adquirido una aceleración centrípeta cuyo valor es 10.56 m/s<sup>2</sup>, indicando una fuerza considerable hacia el centro de la rotación.

### Ejemplo 2

#### Clarificar conceptos:

*Juego mecánico.*- Son máquinas de diversión y entretenimiento que suelen ser operados por motores ofreciendo una variedad de movimientos, su funcionamiento se basa principalmente en el movimiento circular al permitir el movimiento de varias personas a la vez con un solo motor.

*Círculo.*- Corresponde a una figura geométrica plana caracterizada por ser una curva cerrada cuyos puntos del círculo son equidistantes con el centro.

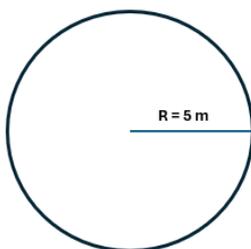
*Radio.*- Es la distancia entre el centro y cualquier punto del círculo.

*Vuelta completa.*- Corresponde al movimiento de un objeto que gira n una trayectoria circular y regresa a su posición inicial, es decir, el recorrido de una circunferencia completa girando los 360°.

#### Definición del problema:

En un juego mecánico, los pasajeros viajan con rapidez constante en un círculo de 5 metro de radio, dando una vuelta completa cada 4 segundos. ¿Qué aceleración tienen?

#### Análisis del problema:



$$R = 5m$$

$$n = 1 \text{ vuelta}$$

$$T = 4s$$

$$a_c = ?$$

### Clasificación de ideas:

- El movimiento se efectúa con rapidez constante
- La aceleración que actúa sobre el objeto es la aceleración centrípeta
- La aceleración centrípeta se puede encontrar usando la ecuación 5.16
- Encontrar primero el valor de la rapidez con la ecuación 5.14

### Formulación de objetivos de aprendizaje:

Aplicar el concepto de aceleración centrípeta para explicar por qué los objetos en movimiento circular no se mueven en línea recta.

### Estudio y resolución individual:

En primera instancia se encuentra el valor de la rapidez con la ecuación 5.14.

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$
$$v = \frac{2\pi(5m)}{4s}$$
$$v = 7.85 \frac{m}{s}$$

Con el valor encontrado se halla el valor de la aceleración con la ecuación 5.16.

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$
$$a_c = \frac{\left(7.85 \frac{m}{s}\right)^2}{5m}$$
$$a_c = 12.32 \frac{m}{s^2}$$

El valor de la aceleración centrípeta con la que gira el juego mecánico es de  $12.32 \text{ m/s}^2$ .

### Interpretación y discusión de los resultados:

Los pasajeros experimentan una aceleración centrípeta de  $12.32 \text{ m/s}^2$  hacia el centro del círculo, permitiéndoles mantener una trayectoria circular mientras el juego mecánico gira. De esta manera, se evidencia que la magnitud de la aceleración centrípeta depende de la velocidad angular y del radio de la trayectoria circular, pues la velocidad tangencial es siempre perpendicular a la aceleración centrípeta.

#### Ejemplo 3

### Clarificar conceptos:

*Rueda.*- Hace referencia a un elemento mecánico de forma circular que gira alrededor de un eje central, el mismo que está compuesto por un borde, un eje y el radio. Así, el borde de la rueda describe una trayectoria circular al girar alrededor del eje.

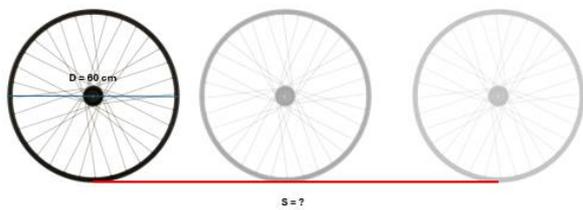
*Diámetro.*- Es la línea recta que pasa por el centro y uno de los puntos del círculo.

*Revoluciones.*- Corresponde al número de veces que la rueda gira alrededor de su propio eje en un periodo de tiempo determinado.

### Definición del problema:

Una rueda de bicicleta que tiene un diámetro de 60 cm, está girando con una velocidad angular de 150 revoluciones por minuto. ¿Cuál es la distancia que recorre la rueda en una hora?

### Análisis del problema:



$$R = 30 \text{ cm} * \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.3 \text{ m}$$

$$\omega = 150 \frac{\text{rev}}{\text{min}} * \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} * \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$S = ?$$

### Clasificación de ideas:

- Para encontrar la distancia recorrida es necesario conocer el desplazamiento angular.
- El desplazamiento angular se puede encontrar con la ecuación 5.10.
- El valor de la distancia recorrida se puede emplear la ecuación 5.1.

### Formulación de objetivos de aprendizaje:

Calcular la distancia recorrida por un objeto en movimiento circular a partir de su velocidad angular y el tiempo transcurrido.

Realizar conversiones de unidades de forma precisa y eficiente.

### Estudio y resolución individual:

El desplazamiento angular, se puede hallar despejándolo de la ecuación 5.10.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{t}$$

$$\Delta\theta = \omega t$$

$$\Delta\theta = \left(5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) 3600 \text{ s}$$

$$\Delta\theta = 18000\pi \text{ rad}$$

Con este valor, remplazaremos en la ecuación 5.1. para hallar el valor de la distancia que recorre rueda.

$$S = \Delta\theta R$$

$$S = (18000\pi \text{ rad}) 0.3 \text{ m}$$

$$S = 169646 \text{ m}$$

La distancia que recorre la rueda en una hora es aproximadamente 169646 m.

### Interpretación y discusión de los resultados:

La rueda recorre una distancia considerable en una hora siendo esta de un valor igual a 169560 metros, equivalente a 169 kilómetros. Con ello, se aprecia que la distancia recorrida es directamente proporcional a la velocidad angular y al tiempo, así como al radio de la rueda de la bicicleta.

## Aplicación

### Ejemplo 4

#### Clarificar conceptos:

*Aspa de ventilador.*- Elemento que por lo general son fabricadas de poliestireno, y se encarga de forzar un flujo de aire hacia el radiador para disipar calor del motor de combustión.

*Trayectoria circular.*- Significa que el movimiento se produce en una forma de circunferencia.

*Radio.*- Es la distancia entre el centro de la circunferencia y cualquier punto de esta.

*Ángulo.*- Es la medida de la rotación de un objeto alrededor de un punto fijo llamado centro de rotación, el cual preferentemente debe estar expresado en radianes.

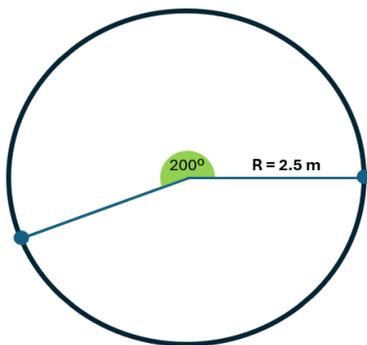
#### Definición del problema:

El aspa de un ventilador describe con rapidez constante en una trayectoria circular de 2.5 metros de radio un ángulo de 200 grados en un tiempo de 8 segundos. Determinar:

- La velocidad angular
- El periodo
- La frecuencia
- La distancia recorrida
- La rapidez tangencial
- La aceleración centrípeta

#### Análisis del problema:

En la figura se puede ver la posición angular del aspa del ventilador y los datos del ejercicio:



$$R = 2.5 \text{ m}$$

$$\Delta\theta = 200^\circ * \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{10}{9}\pi \text{ rad}$$

$$t = 8 \text{ s}$$

$$\begin{array}{lll} \omega =? & T =? & f =? \\ S =? & v_t =? & a_c =? \end{array}$$

#### Clasificación de ideas:

- Dado que tenemos el desplazamiento angular y el tiempo, para hallar la velocidad angular se puede emplear la ecuación 5.10.
- Para hallar el periodo se lo puede despejar ( $T$ ) de la ecuación 5.11.
- Encontrando la velocidad angular, se puede encontrar la frecuencia empleando un despeje en la ecuación 5.11.
- El valor de la distancia recorrida se puede emplear la ecuación 5.1.
- Para el cálculo de la rapidez o velocidad tangencial se emplea la ecuación 5.13 o 5.15.
- Encontrar la aceleración centrípeta, se puede emplear la ecuación 5.16 o 5.17.

**Formulación de objetivos de aprendizaje:**

Entender y aplicar los conceptos físicos en el movimiento de cosas del hogar que describan una trayectoria circular.

**Estudio y resolución individual:**

Empleando la ecuación 5.10. se obtiene el siguiente valor de velocidad angular:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{\frac{10}{9}\pi\text{rad}}{8\text{ s}}$$

$$\omega = 0.4363\text{ rad/s}$$

Con el valor encontrado, y despejando  $T$  de la ecuación 5.11, se obtiene el siguiente valor:

$$T = \frac{2\pi\text{ rad}}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi\text{ rad}}{0.4363\text{ rad/s}}$$

$$T = 14.401\text{ s}$$

La frecuencia se la encuentra despejando dicha variable de la ecuación 5.11.

$$\frac{\omega}{2\pi\text{rad}} = f$$

$$f = \frac{0.4363\text{ rad/s}}{2\pi\text{rad}}$$

$$f = 0.0694\text{ Hz}$$

Empleando la ecuación 5.1. se obtiene el valor de la distancia recorrida.

$$S = \Delta\theta R$$

$$S = \left(\frac{10}{9}\pi\text{rad}\right) 2.5\text{ m}$$

$$S = 8.7266\text{ m}$$

Empleando la ecuación 5.13 se obtiene el siguiente valor de la rapidez tangencial.

$$v = \frac{S}{t}$$

$$v = \frac{8.7266\text{ m}}{8\text{ s}}$$

$$v = 1.0908\text{ m/s}$$

Para la aceleración centrípeta, se emplea la ecuación 5.17.

$$a_c = \omega^2 R$$

$$a_c = \left(0.4363\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 2.5\text{ m}$$

$$a_c = 0.4759\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Interpretación y discusión de los resultados:**

El aspa del ventilador gira a una velocidad angular de  $0.4363 \text{ rad/s}$ , lo que tardaría 14.4 segundos en dar una vuelta completa. De esta forma, la distancia recorrida por el aspa es de 8.73 m en los 8 segundos manteniendo una velocidad tangencial de  $1.09 \text{ m/s}$  durante su trayecto y una aceleración centrípeta de  $0.4759 \text{ m/s}^2$  indicando una fuerza hacia el centro de rotación.

### Ejemplo 5

#### Clarificar conceptos:

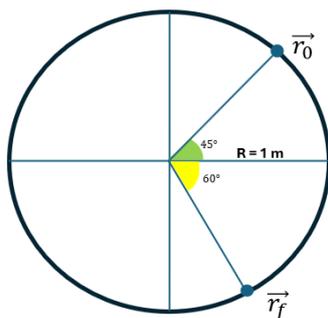
*Movimiento rotacional.*- El movimiento rotativo o rotacional es aquel donde el cuerpo tiene una rotación alrededor de un eje fijo.

*Movimiento de un carrusel.*- El movimiento que tiene un carrusel es aquel que describe su trayectoria, en este caso es circular dado en dos dimensiones.

*Antihorario.*- Significa que gira en sentido contrario a las agujas del reloj.

#### Definición del problema:

Dada la siguiente gráfica y considerando que el movimiento rotacional es antihorario, el caballito de un carrusel se mueve del punto  $\vec{r}_0$  al punto  $\vec{r}_f$  en 10 segundos.

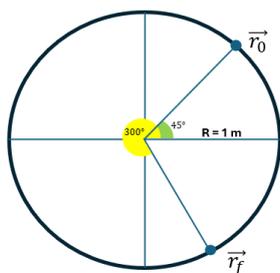


Determine:

- El vector posición inicial y final del caballito
- La posición angular inicial y final del caballito
- El desplazamiento angular realizado por el caballito
- La rapidez angular

#### Análisis del problema:

A partir de la figura, y como para los cálculos se necesita el ángulo medido desde el eje positivo x, entonces tenemos los siguientes datos:



$$R = 1 \text{ m}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$\vec{r}_0 = ?$$

$$\vec{r}_f = ?$$

$$\Delta\theta = ?$$

$$\omega = ?$$

#### Clasificación de ideas:

- El vector posición inicial y final del caballito del carrusel se puede hallar aplicando las ecuaciones 5.2 y para hallar las coordenadas en  $x$  y  $y$ , aplicamos las ecuaciones 5.3 y 5.4.
- En cuanto a la posición angular inicial y final del caballito ya está establecido en los ángulos determinados por la posición inicial y final que se muestra en el gráfico.
- El desplazamiento angular puede hallarse mediante la ecuación 5.8 ya que tenemos la posición angular inicial y final del caballito.
- Finalmente, para la rapidez angular se empleará la ecuación 5.10.

### Formulación de objetivos de aprendizaje:

Comprender y aplicar los conceptos fundamentales del movimiento circular uniforme (MCU) a una situación real representada gráficamente.

Interpretar una gráfica de posición angular en función del tiempo para un MCU.

### Estudio y resolución individual:

Primero se halla las coordenadas en  $x$  y  $y$  de la posición indicada en el gráfico aplicando las ecuaciones 5.3 y 5.4. Posterior a ello, se establece el vector posición ya sea en coordenadas polares o rectangulares en función de sus vectores base.

$$\vec{r} = (r, \theta) = (r_x \vec{i} + r_y \vec{j})$$

$$\vec{r}_0 = (r, \theta_0) = (r_{x0} \vec{i} + r_{y0} \vec{j})$$

$$\vec{r}_0 = (1 \text{ m}, 45^\circ)$$

$$r_{x0} = r \cos \theta \qquad r_{y0} = r \operatorname{sen} \theta$$

$$r_{x0} = 1 \text{ m} \cos 45^\circ \qquad r_{y0} = 1 \text{ m} \operatorname{sen} 45^\circ$$

$$r_{x0} = 0.707 \text{ m} \qquad r_{y0} = 0.707 \text{ m}$$

$$\vec{r}_0 = (0.707 \vec{i} + 0.707 \vec{j}) \text{ m}$$

$$\vec{r}_f = (r, \theta_f) = (r_{xf} \vec{i} + r_{yf} \vec{j})$$

$$\vec{r}_f = (1 \text{ m}, 300^\circ)$$

$$r_{xf} = r \cos \theta \qquad r_{yf} = r \operatorname{sen} \theta$$

$$r_{xf} = 1 \text{ m} \cos 300^\circ \qquad r_{yf} = 1 \text{ m} \operatorname{sen} 300^\circ$$

$$r_{xf} = 0.5 \text{ m} \qquad r_{yf} = -0.866 \text{ m}$$

$$\vec{r}_f = (0.5 \vec{i} - 0.866 \vec{j}) \text{ m}$$

La posición angular inicial y final del caballito determinados por la posición inicial y final que se muestra en el gráfico, se lo transforma a radianes.

$$\theta_0 = 45^\circ * \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \qquad \theta_f = -60^\circ * \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Mediante la ecuación 5.8, se calcula el valor del desplazamiento angular empleando los valores de la posición angular inicial y final del caballito.

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_0$$

$$\Delta\theta = -\frac{\pi}{3} \text{ rad} - \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = \frac{7\pi}{12} \text{ rad}$$

El valor de la rapidez angular tiene el siguiente valor, gracias a la aplicación de la ecuación 5.10.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{\frac{7\pi}{12} \text{ rad}}{10 \text{ s}}$$

$$\omega = 0.183 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

### Interpretación y discusión de los resultados:

El caballito se mueve en un círculo con radio constante, cuya gráfica muestra una relación lineal entre la posición angular y el tiempo. De esa manera se establece que la posición inicial del caballito de acuerdo con el sistema de referencia establecido expresado en coordenadas polares es  $\vec{r}_0 = (1 \text{ m}, 45^\circ)$  y al moverse en sentido horario su posición final es  $\vec{r}_f = (1 \text{ m}, 300^\circ)$ , alcanzando a desplazarse  $\frac{7\pi}{12} \text{ rad}$  o  $105^\circ$  a una velocidad angular de  $0.183 \text{ rad/s}$ . En este sentido, es importante aclarar que el signo de la posición angular final es negativo, dado la convención de signos adoptado en el contenido teórico.

1. En el movimiento circular uniforme, ¿cuáles son la velocidad media y la aceleración media durante una revolución? Explique su respuesta
2. Un objeto se mueve en M.C.U. con una velocidad angular de  $3.5 \text{ rad/s}$ . Si se duplica esta velocidad, ¿qué sucede con su aceleración centrípeta?
3. En un laboratorio de física, un estudiante está realizando un experimento para investigar el M.C.U., donde él está utilizando un disco giratorio que puede cambiar su velocidad angular. Durante el experimento, el estudiante observa que, a medida que aumenta la velocidad angular del disco, los objetos colocados en su borde tienden a salir volando. ¿Qué relación observa entre la velocidad angular del disco y la fuerza centrífuga experimentada por los objetos en su borde? ¿Cómo explicaría este fenómeno utilizando los principios del Movimiento Circular Uniforme?
4. Una centrifugadora de  $18 \text{ cm}$  de radio gira a  $750$  revoluciones por minuto. Determina la velocidad a la que se desprenden de su borde las gotas de agua.
5. El minutero de un reloj gira  $90^\circ$  en  $\frac{1}{4}$  de hora. Calcular la velocidad angular media del minutero expresada en  $\text{rad/s}$ .
6. Un aerogenerador cuyas aspas tienen  $10 \text{ m}$  de radio gira dando una vuelta cada  $4$  segundos. Calcula: a) Su velocidad angular, b) La frecuencia, y c) La aceleración centrípeta en el centro del aspa.
7. Un avión realiza un giro circular con un radio un kilómetro a una velocidad constante de  $200 \text{ m/s}$ . Determina ¿cuál es la magnitud de la aceleración centrípeta?
8. Una partícula parte del punto  $(3,-2) \text{ cm}$  moviéndose en sentido horario con una trayectoria circular respecto al origen con una velocidad angular de  $4 \text{ rad/s}$ . Determinar: a) La posición angular inicial, b) El desplazamiento angular en  $10 \text{ s}$ .
9. Determinar la velocidad lineal o tangencial de una partícula de que tiene una velocidad angular de magnitud igual a  $7 \text{ rad/s}$ , y cuyo radio de giro es de  $0.8$  metros.
10. Una partícula con M.C.U. posee una rapidez de  $30 \text{ m/s}$ . Si el radio de la circunferencia que se describe es de  $65 \text{ cm}$ . Calcule la frecuencia de rotación en revoluciones por minuto.

## Evaluación

### Preguntas de análisis teórico

**Escriba V si el enunciado es verdadero o F si falso, según sea el caso.**

1. En el Movimiento Circular Uniforme, la velocidad angular y la velocidad lineal del objeto en movimiento son independientes entre sí. ( )
2. Si la velocidad angular de un objeto en MCU se duplica, su aceleración centrípeta también se duplica. ( )
3. El Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.) se da cuando el móvil recorre ángulos o arcos iguales en tiempos iguales, manteniéndose la velocidad angular ( $\omega$ ) y la rapidez ( $v$ ) constantes. ( )

**Analice la situación, y responda la interrogante planteada.**

4. En el movimiento circular uniforme, ¿cómo cambia la aceleración cuando la rapidez aumenta al triple? ¿Y cuando el radio se reduce a la mitad?
5. Imagine que, en su primer día de trabajo para un fabricante de electrodomésticos, le piden que averigüe qué hacerle al periodo de rotación de una lavadora para triplicar la aceleración centrípeta, y usted impresiona a su jefa contestando inmediatamente. ¿Qué le contesta?

### Ejercicios y problemas

**Responda cada una de las preguntas argumentando su respuesta.**

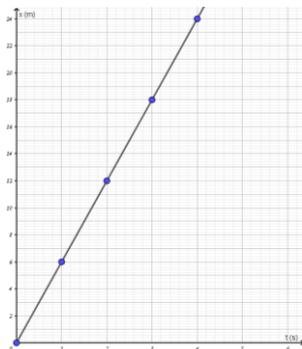
6. Una partícula parte del punto  $(-4,5)$  cm moviéndose en sentido antihorario con una trayectoria circular respecto al origen con una velocidad angular de 3 rad/s. Determinar: a) La posición angular inicial, b) La posición angular final.
7. Un automóvil tiene una rueda de 25 cm de radio y gira ocho revoluciones en dos segundos. Calcule: a) ¿Cuál es su velocidad angular?, y b) ¿Qué distancia lineal recorre en 1 minuto?
8. Una partícula se mueve sobre un círculo de radio de 37 cm y realiza 55 revoluciones por minuto. Determine la velocidad lineal y aceleración centrípeta en unidades del S.I.
9. Un automóvil deportivo tiene una “aceleración lateral” de  $0.96g$ , que es igual a  $9.4 \text{ m/s}^2$ . Ésta es la aceleración centrípeta máxima que puede lograr el auto sin salirse de la trayectoria circular derrapando. Si el auto viaja a 40 m/s (cerca de 144 km/h), ¿cuál es el radio mínimo de curva que puede describir? (Suponga que no hay peralte.)
10. Un satélite de comunicaciones orbita la Tierra a una altitud de 2000 km sobre la superficie. Si su periodo orbital es de 12 horas, determine ¿cuál es su velocidad orbital?

## Respuestas a los ejercicios propuestos

### TEMA 1.

4- 8s; 180 m

5-



6- oso perezoso

7- 25 km

8- 20 km

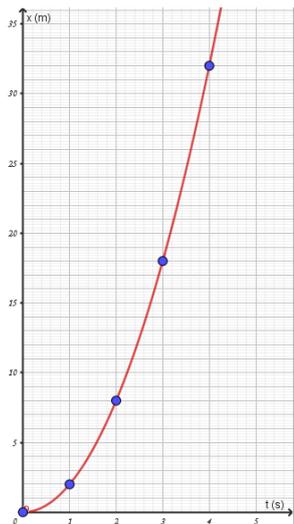
9- 22.22 m/s

10- 4 h

### TEMA 2.

4-  $4.99 \frac{m}{s}$ ;  $1.43 \frac{m}{s^2}$

5-  $48 \frac{m}{s}$ ;  $4 \frac{m}{s^2}$



6-  $0.5 \frac{m}{s^2}$ ;  $4 \frac{m}{s}$ ; 4s

7- 2.73 s; 26.14 m

8- 11 s

9- MRU; MRUD; MRUA

10-  $\frac{4cm}{s}$ ;  $-\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$ ; 22.5 m

### TEMA 3.

4-  $23.63 \frac{m}{s}$ ; 24.25 m/s

5- 176.4 m

6-  $3.71 \frac{m}{s^2}$ ; 3.67 s

7- 24.5 m

8-  $71.12 \frac{m}{s}$ ; 258.1 m

9- 449.6 ft; 5.27 s

10- 8.62 m; 40.93 m; 31.16 m/s

### TEMA 4.

4- No logra pasar el muro;  $y = 2.98 \text{ m}$

5- 0.743 s; 1.009 m por encima

6-  $36.85^\circ$ ;  $53.15^\circ$

7- 4.717 s; 163.4 m; 120.41 m

8- 17.38 m/s

9- 1.56 s;  $21.45 \frac{m}{s}$ ;  $45.64^\circ$

10- Si pasa la barrera

### TEMA 5.

4-  $14.14 \frac{m}{s}$

5-  $1.74 \times 10^{-3} \frac{rad}{s}$

6-  $1.57 \frac{rad}{s}$ ; 0.25Hz;  $24.65 \frac{m}{s^2}$

7-  $40 \frac{m}{s}$

8- 5.70 rad; 40 rad

9-  $5.6 \frac{m}{s}$

10-  $440.74 \frac{rev}{min}$

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS DE LA GUÍA

- Alonso, M. & Finn, E. (1967). *Fundamental University Physics*. Fondo Educativo Interamericano.
- Burns, P. (Physics Burns). (2022, 28 de septiembre). *Accurate Catapult with Popsicle Sticks* [Video]. YouTube.  
[https://youtu.be/UUJiDIzy\\_do?si=vKkRNRiI18Qk0VmVW](https://youtu.be/UUJiDIzy_do?si=vKkRNRiI18Qk0VmVW)
- MINEDUC (2016). *Texto del estudiante de primer curso de Física*. Editorial Don Bosco
- Salinas, E. (2009). *Física I: Mecánica de sólidos con vectores unitarios* (7ma. ed.). J.R.L
- Serway R. y Jewett, J. (2009). *Fundamentos de Física* (12va ed., vol. 1). Cengage Learning Editores, S.A ed C.V.
- Young, H. & Freedman, R. (2009). *Física Universitaria*. (12va ed.). Pearson Educación.